Uitwerkingen
Opgaven vacuümtechniek

Studenten Technische Natuurkunde TN4
Fontys Hogeschool Toegepaste Natuurwetenschappen
april - juni 2002

Inhoudsopgave

Oefening 1.3*

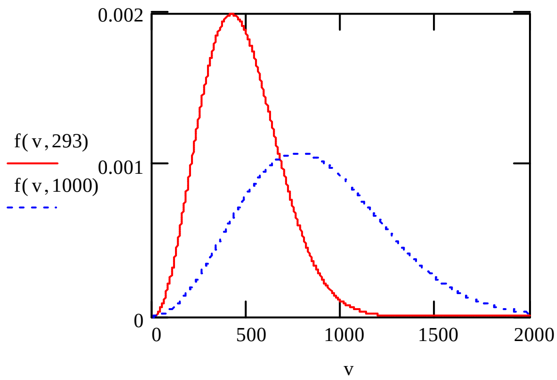
Hoe groot is de kans, dat bij kamertemperatuur een N_2-molekuul (massagetal 28) een (absolute) snelheid heeft tussen 1000 m/s en 1001 m/s en hoe groot is deze kans bij 1000K?

$k := 1.3807 \cdot 10^{-23}$ $\qquad Na := 6.0221 \cdot 10^{23}$ $\qquad m := \frac{28}{Na} \cdot 10^{-3}$ $\qquad dv := 1$

$$f(v, T) := 4 \cdot \pi \cdot v^2 \cdot \left(\frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T} \right)^{\frac{3}{2}} \cdot e^{\frac{-m \cdot v^2}{2 \cdot k \cdot T}} \cdot dv$$

$f(1000, 293) = 9.928 \times 10^{-5}$

$f(1000, 1000) = 9.155 \times 10^{-4}$



Oefening 1.4

De gemiddelde snelheid van waterstof bij 20 ºC bedraagt v = 1754 m/s. Hoe kunnen we uit formule (1.4) de gemiddelde snelheid voor zuurstof berekenen zonder gebruik te maken van de waarden voor *k* en *m*?

Voor waterstof geldt:

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}$$

$$1754 = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot 293}{\pi \cdot m}}$$

$$1754^2 = \frac{8 \cdot k \cdot 293}{\pi \cdot m}$$

$$\frac{k}{m} = 1754^2 \cdot \frac{\pi}{8 \cdot 293}$$

$$\frac{k}{m} = 4123{,}4$$

De massa van een zuurstof molecuul is 16 keer zo groot als die van waterstof mulecuul. Dus $\frac{k}{m}$ is ook 16 keer zo klein.

Voor zuurstof geldt dus:

$$\frac{k}{m} = 257{,}7$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot k \cdot T}{\pi \cdot m}}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot T}{\pi} \cdot 257{,}7}$$

$$\bar{v} = \sqrt{\frac{8 \cdot 293}{\pi} \cdot 257{,}7}$$

$$\bar{v} = 438{,}5 \frac{m}{s}$$

Oefening 1.9*

Stel de luchtmoleculen hebben alle een diameter van 3 Å (1 Å = 0,1 nm = 10^{-10} m) en een massagetal 28. De druk is 1 atm (10^5 Pa), de temperatuur 27 ºC.

a. Hoe groot is de gemiddelde vrije weglengte λ?
b. Is λ (ongeveer) even groot als de gemiddelde deeltjesafstand?
c. Bereken ruwweg deze gemiddelde deeltjesafstand.
d. Controleer antwoord b aan de hand van de antwoorden a en c.

a.

$$k := 1.380710^{-23} \cdot \frac{J}{K}$$

$$T := (273 + 27) \cdot K$$

$$\delta := 3 \cdot 10^{-10} \cdot m$$

$$p := 10^5 \cdot Pa$$

$$\lambda := \frac{k \cdot T}{\pi \cdot p \cdot \delta^2}$$

$$\lambda = 1.465 \times 10^{-7}\, m$$

b,c,d:

Er wordt aangenomen dat de deeltjes in een kubisch rooster zitten.

$$p := 10^5 \cdot Pa$$

$$R := 8.314 \frac{J}{mol \cdot K}$$

$$T := (273 + 27) \cdot K$$

$$V := 1 \cdot m^3$$

$$n := \frac{p \cdot V}{R \cdot T}$$

$$n = 40.093\, mol$$

Aantal_Deeltjes:

$$Na := 6.0221410^{23} \cdot \frac{1}{mol}$$

$$x := n \cdot Na$$

$$x = 2.414 \times 10^{25}$$

Deeltjesafatand:

$$A := \frac{1}{\sqrt[3]{x}}$$

$$A = 3.46 \times 10^{-9}\, m$$

De gemiddelde deeltjesafstand is dus veel kleiner dan de gemiddelde vrije weglengte.

Oefening 2.3

Een vacuümkamer met een inhoud van 1 m^3 en een wandoppervlak van 6 m^2 is bij aanvang van het evacueren bedekt met 10^{-2} monolaag water. Na het afpompen wordt een klep tussen pomp en kamer gesloten. Tijdens het afpompen is inmiddels 10% de totale hoeveelheid geabsorbeerd water verwijderd. De absorptie-energie van water is 51 kJ/mol; 1 monolaag water bestaat uit 10^{19} moleculen/m^2. Veronderstel de absorptiekans van de watermoleculen op het wandoppervlak gelijk aan 1 en neem $\tau_0 = 10^{-13}$ s.

- Wat wordt de waterdampdruk na het instellen van evenwicht tussen absorptie en desorptie bij een temperatuur van 22 ºC?
- We verhogen de temperatuur naar 122 ºC. Wat wordt nu de evenwichtsdruk? In evenwichtstoestand bij 122 ºC wordt de klep weer geopend. De pompsnelheid voor water bedraagt 100 l/s. Na hoeveel tijd is de druk gehalveerd?

Oefening 3.11

In een grote ruimte wordt lucht ingelaten tot een druk van 10^{-2} Pa. De ruimte staat in verbinding met een tweede ruimte via een spleet met een lengte van 50 mm en een breedte van 5 mm. De dikte van het materiaal, waarin de spleet zich bevindt, mag worden verwaarloosd. De tweede ruimte wordt afgepompt met een pompsnelheid van 55 l/s.

Gevraagd: Welke druk stelt zich in die tweede ruimte in?

Aannamen:

- De vrije weglengte en de afmetingen van beide kamers zijn veel groter dan de afmeting van het gat.
- Molmassa lucht (20% zuurstof, 80% stikstof): 28,8 gram/mol
- Ideaal gas.
- Temperatuur = 300 K

Per tijdseenheid door spleet stromende gasmassa:

$$w = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot (p_1 - p_2)A$$

In een stabiele situatie moet dit gelijk zijn aan de per tijdseenheid weggepompte gasmassa:

Bij een ideaal gas: $p \cdot V = n \cdot k \cdot T$

Als dan V het weggepompte volume per tijdseenheid is dan zijn: $n = \frac{p \cdot V}{k \cdot T}$ het aantal weggepompte gasdeeltjes per tijdseenheid.
Dit vermenigvuldigd met cd massa van één gasdeeltje is de weggepompte gasmassa per tijdseenheid.

Dus bij een stabiele situatie: $\frac{p_2 \cdot V \cdot m}{k \cdot T} = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} \cdot (p_1 - p_2)A$

Waarin: p_1 = druk in eerste (grote) ruimte [Pa]
p_2 = druk in tweede ruimte [Pa]
V = per tijdseenheid weggepompt gasvolume [m^3/s]
A = Oppervlakte opening tussen ruimte 1 en 2 [m^2]
m = massa lucht-‘molecuul’ [kg]
T = tempetatuur [K]

Voor p_2 geldt dan:

$$p_2 = p_1 \cdot \left(\frac{\sqrt{\frac{k \cdot T}{2 \cdot \pi \cdot m}} \cdot \frac{A}{V}}{\sqrt{\frac{k \cdot T}{2 \cdot \pi \cdot m}} \cdot \frac{A}{V} + 1} \right)$$

$p_2 = 3{,}48 \cdot 10^{-3}$ Pa

Oefening 3.12
Lucht stroomt onder moleculaire omstandigheden een buis binnen waarvan de lengte en de diameter elk 10 cm bedragen (Clausiusfactor = 0,57). Deze buis eindigt in een wijdere buis met diameter 20 cm en lengte 10 cm (Clausiusfactor = 0,72). Wat is (ongeveer) het geleidingsvermogen van deze geometrie?

Gegeven is:

$$K_1 := 0.57 \qquad M := 28.02 \cdot 10^{-3} \qquad d_1 := 0.1 \qquad T := 300$$

$$K_2 := 0.72 \qquad R := 8.3145 \qquad d_2 := 0.2$$

M is de molaire massa van lucht in kg mol^{-1}.

Dus:

$$C_1 := \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot R \cdot T}{M}} \cdot \left(d_1\right)^2 \cdot K_1$$

$$C_2 := \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot R \cdot T}{M}} \cdot \left(d_2\right)^2 \cdot K_2$$

$$Ct := \frac{1}{\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}}$$

$$Ct = 0.445$$

Dus: <u>***C_t = 0,445 m^3/s***</u>.

Oefening 4.2*

De nominale pompsnelheid S_0 van een Rootspomp ($S_0 = 4nV$, waarin n het toetental is en 4V het pompvolume per omwenteling) is 280 l/s. De compressieverhouding in onbelaste toestand (= maximale compressieverhouding) bij een voorvacuümdruk van 10 Pa is 40.

a. Hoeveel bedraagt de terugstroming door de pomp bij deze voorvacuümdruk?
b. Hoe groot is het geleidingsvermogen van de pomp voor deze terugstroming?
c. Hoe groot moet de pompsnelheid van de voorpomp zijn bij normale pomppraktijk?

Oplossing:

a.

$Sspl := 1$

$Svol := 280$

$k0 := 40$

given

$$k0 = \frac{Svol}{Sspl}$$

$find(Sspl) = 7$ ltr/s

Oefening 4.15

Een vacuümvat is verbonden met een pomp via een verbindingsbuis. De pompsnelheid van de pomp bedraagt 0,5 m^3/s. Het geleidingsvermogen van de buis is eveneens 0,5 m^3/s.

a) Bereken de effectieve pompsnelheid aan het vat.

Tussen de buis en de kamer wordt een afsluiter opgenomen met een geleidingsvermogen van 0,5 m^3/s.

b) Bereken weer de effectieve pompsnelheid aan het vat.

a)

$C := 0.5$

$S_1 := 0.5$

$$Seff := \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{S_1}}$$

$Seff = 0.25$

b)

$S_2 := 0.5$

$$Seff := \frac{1}{\frac{1}{C} + \frac{1}{S_1} + \frac{1}{S_2}}$$

$Seff = 0.167$

Oefening 5.4

Een hete kathode ionisatiemanometer bezit een buisfactor C = 0,25 Pa^{-1} voor stikstof en 0,12 Pa^{-1} voor waterstof. De meetcel is geijkt voor stikstof. Bij een emissiestroom van1 mA wordt een collectorstroom gemeten van 4,5 nA.

a. Welke druk wijst de manometer aan?
b. De röntgengrens van de buis bedraagt 10^{-6} Pa. Hoe groot is de corresponderende collectorstroom?
c. Wat is de ionenstroom naar de collector?
d. Wat zou de heersende druk in a) zijn, als het restgas voor 100% uit waterstof zou bestaan?

a) Hier: $i^- \rightarrow$ Iem en $i^+ \rightarrow$ Icoll
Er geldt:

$C_1 := 0.25 \qquad Icoll := 4.5 \cdot 10^{-9}$

$\qquad\qquad\qquad Iem := 1 \cdot 10^{-3}$

$C_2 := 0.12$

$Iem := C_1 \cdot n \cdot I\_ \qquad \text{dus} \qquad n := \frac{Icoll}{C_1 \cdot Iem}$

$n = 1.8 \times 10^{-5}$

Dus: ***n = 1,8 x 10⁻⁵ Pa***.

b) Hier $i^+ \rightarrow$ Iro
Er geldt:

$C_1 := 0.25$

$\qquad\qquad Iem := 1 \cdot 10^{-3}$

$C_2 := 0.12$

$p := 1 \cdot 10^{-6}$

$Iro := C_1 \cdot p \cdot Iem$

$Iro = 2.5 \times 10^{-10}$

Dus: $\boldsymbol{I_{rö} = 2{,}5 \text{ x } 10^{-10}\ A}$.

c) Er geldt:

$$\frac{I}{e} = \#\, deeltjes$$

Hierin is e de elementaire lading. Verder geldt dat 1A overeenkomt met 6 x 10^{18} ionen. Dus geldt:

$C_1 := 0.25$ $\qquad$ $Iem := 1 \cdot 10^{-3}$

$C_2 := 0.12$ $\qquad$ $e := 1.602176510^{-19}$

$p := 1 \cdot 10^{-6}$ $\qquad$ $i := 6 \cdot 10^{-18}$

$Iro := C_1 \cdot p \cdot Iem$ $\qquad$ $Iro = 2.5 \times 10^{-10}$

$$Iion := \frac{Iro}{2 \cdot e} \cdot i$$

$Iion = 4.681 \times 10^{-9}$

Dus: $\underline{\boldsymbol{I_{ion} = 4{,}681 \text{ x } 10^{-9}\ A}}$.

d) Er geldt:

$C_1 := 0.25$ $\qquad$ $Icoll := 4.5 \cdot 10^{-9}$

$Iem := 1 \cdot 10^{-3}$

$C_2 := 0.12$

$Iem := C_2 \cdot n \cdot I\_$ $\qquad$ dus $\qquad$ $n := \dfrac{Icoll}{C_2 \cdot Iem}$

$n = 3.75 \times 10^{-5}$

Dus: $\underline{\boldsymbol{n = 3{,}75 \text{ x } 10^{-5}}}$.

Oefening 5.9
Een Bayard-Alpert meetbuis is aangesloten op een vacuümsysteem via een verbindingsbuisje met een geleidingsvermogen van 10^{-3} m^3/s voor waterstof. In het systeem heerst een stikstofdruk van 10^{-6} Pa. De meetbuis vertoont een afgifte aan waterstofgas ter grootte van 10^{-9} Pa m^3/s. Aan het systeem wordt gepompt met een gasonafhankelijke pompsnelheid van 0,1 m^3/s. De pompwerking van de Bayard-Alpert mag worden verwaarloosd. De manometer is geijkt voor stikstof. De correctiefactor voor waterstof is 2,5. Welke druk wijst de manometer aan?

$$Pstikstof := 10^{-6}$$

$$Pwaterstof := 10^{-9}$$

$$Vwaterstof := 1$$

$$Vgeleidingsbuis := 10^{-3}$$

$$Pwaterstof \cdot Vwaterstof = Pgeleidingsbuis \cdot Vgeleidingsbuis$$

$$Pgeleidingsbuis := \frac{Pwaterstof \cdot Vwaterstof}{Vgeleidingsbuis}$$

$$Pgeleidingsbuis = 1 \times 10^{-6}$$

Correctiefactor waterstof:

$$CFwaterstof := 2.5$$

$$Pwaterstof\_gemeten := \frac{Pgeleidingsbuis}{CFwaterstof}$$

$$Pwaterstof\_gemeten = 4 \times 10^{-7}$$

$$Ptotaal := Pstikstof + Pwaterstof\_gemeten$$

$$Ptotaal = 1.4 \times 10^{-6}$$

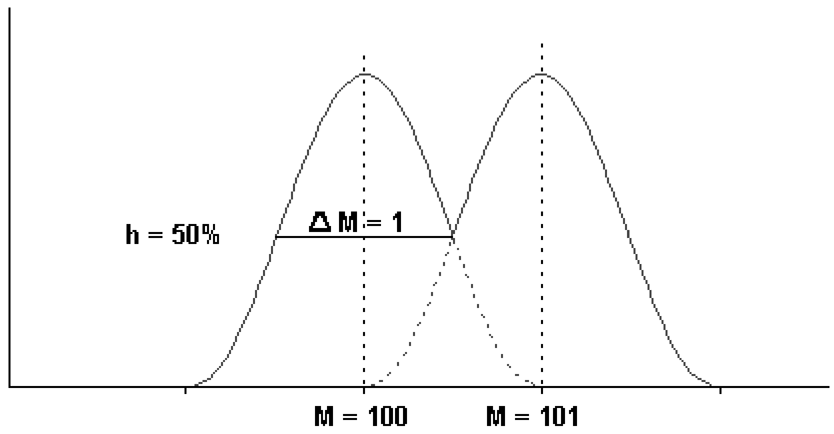
Oefening 6.1

Van een RGA is het scheidend vermogen $(M/\Delta M)_{50\%} = 100$. Bij de massa's 100 en 101 treden twee even grote pieken op. Maak een schets van het spectrum dat met de RGA wordt waargenomen. Doe hetzelfde voor een RGA met een scheidend vermogen $(M/\Delta M)_{10\%} = 100$.

Er geldt:

$$\left(\frac{M}{\Delta M}\right)_{50\%} = 100$$

Dat wil zeggen bij M = 100 (en ook bij M = 101) dat $\Delta M = 1$ op 50% piekhoogte. Het spectrum ziet er dus als volgt uit:

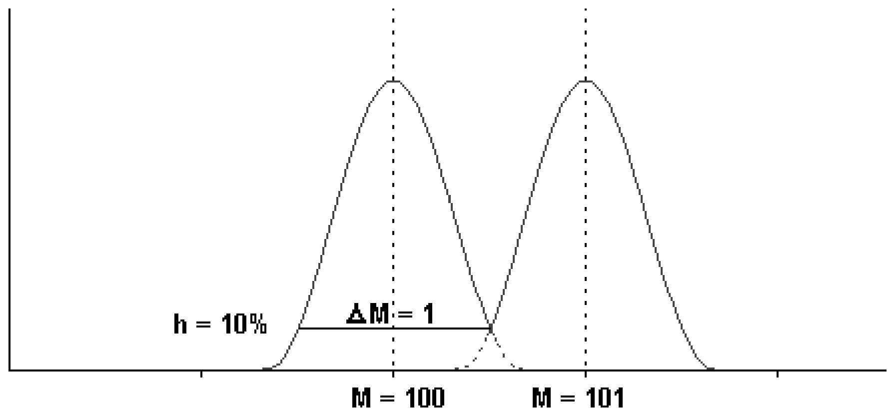


Figuur 1: spectrum 1 (h = 50%)

Voor het tweede geval geldt:

$$\left(\frac{M}{\Delta M}\right)_{10\%} = 100$$

Dat wil zeggen bij M = 100 (en ook bij M = 101) dat $\Delta M = 1$ op 10% piekhoogte. Het spectrum ziet er dus als volgt uit:



Figuur 2: spectrum 2 (h = 10%)

In deze tweede figuur zijn de twee pieken veel beter gescheiden dan in de eerste.

Oefening 6.2

Een uhv-systeem met titaansublimatiepomp en turbomoleculairpomp is voorzien van een quadrupool massafilter (RGA). De gevoeligheid van RGA voor helium is 10^{-3} A/Pa, het ruisniveau is 10^{-13} A. De pompsnelheid van de turbomoleculairpomp is 250 l/s en mag gassoort-onafhankelijk worden verondersteld. De pompsnelheid van de titaansublimatiepomp voor stikstof is 1000 l/s.

a. Welke heliumdruk kan nog net worden gemeten?
b. Wat is het kleinste lek (Pam^3/s), dat nog met de RGA kan worden waargenomen, als we de compressieverhouding van de TMP voor helium buiten beschouwing laten?
c. Er wordt een 50/50 helium/stikstof mengsel ingelaten. Welke drukverhouding helium/stikstof wordt met de quadrupool gemeten?

Het scheidend vermogen van een massafilter kan eenvoudig elektronisch worden gevarieerd.

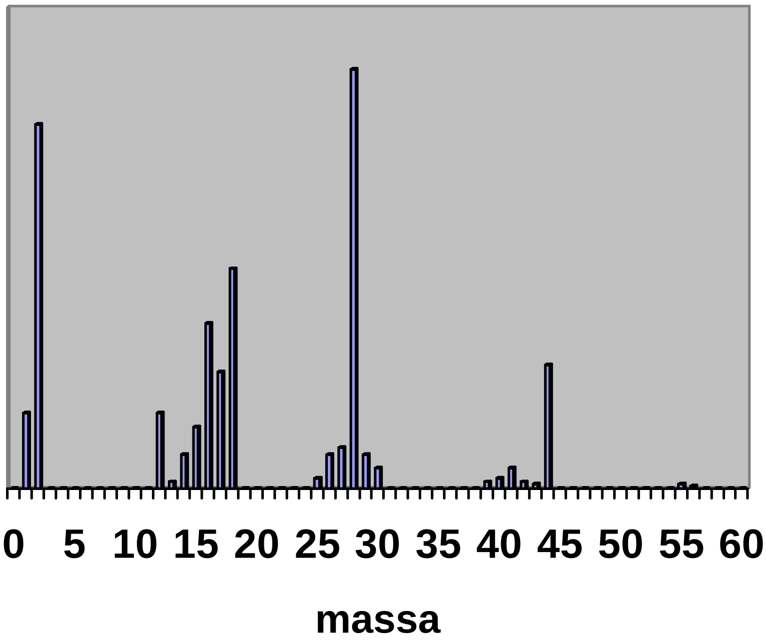
d. Wat gebeurt er met de gevoeligheid als het scheidend vermogen op een hogere waarde wordt ingesteld?

Oplossing

a. $\frac{ruisniveau}{gevoeligheid} = \frac{10^{-13}}{10^{-3}} = 10^{-10}$
b. $Kleinst\_mogelijke\_heliumdruk \cdot pompsnelheid = 10^{-10} \cdot 0{,}25 = 2{,}5 \cdot 10^{-11}$
c. ???
d. wordt kleiner.

Oefening 6.3

Onderstaand massaspectrum is opgenomen in een hoogvacuümsysteem. De belangrijkste pieken zijn voorzien van de letters a t/m g.



	Uitspraak	Ja	Nee
1	Piek e is uitsluitend stikstof		X
2	Piek a is waterdamp (H_2O)		X
3	Het systeem is verontreinigd met koolwaterstoffen	X	
4	De druk wordt in hoofdzaak bepaald door een lek		X
5	Door uitstoken van het systeem daalt piek g (massa 44) het snelst		X

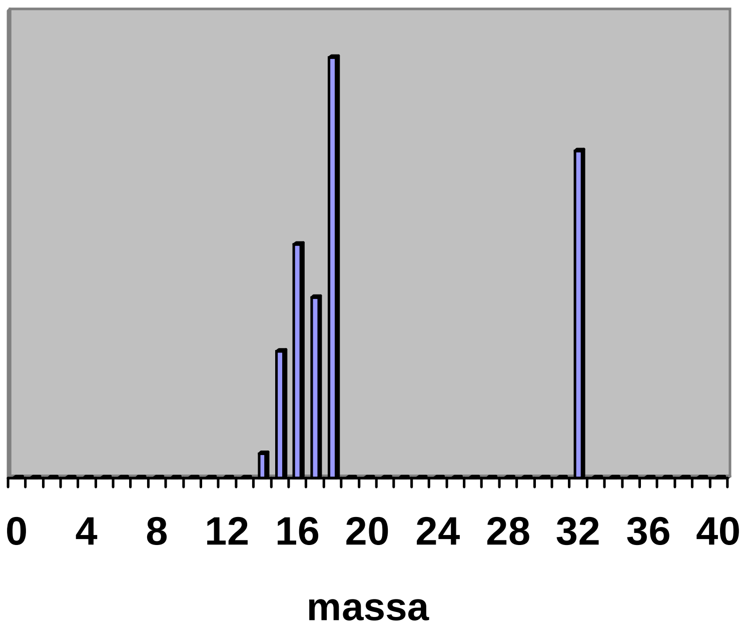
1. N_2 heeft massa 28 en dus zal waarschijnlijk een groot deel stikstof zijn, maar dit hoeft niet uitsluitend stikstof te zijn.
2. Piek a hoort bij massa 2 en is dus waarschijnlijk voornamelijk H_2 en niet H_2O (massa 18)
3. C (massa 12) en H (massa 1) maken samen veel mogelijke combinaties. Beide stoffen zijn los in het systeem te vinden (H_2 ook). Daarnaast is er piek c op 16 (CH_4), C_2H_6 op 30 en C_3H_8 op 42.
4. Als er een groot lek is zal deze grote invloed hebben op de te behalen einddruk, maar natuurlijk zijn er meer factoren die een rol spelen zoals bijvoorbeeld de pomp en desorptie.
5. Door uitstoken zal waarschijnlijk water het eerst het systeem verlaten en dus zal piek d (massa 18 als eerste dalen). Welke piek het sterkste daalt hang niet af van de hoogte van de piek, maar van de eigenschappen van de stof die bij de piek hoort.

Oefening 6.4

GEGEVENS VAN EEN RGA:

Gassoort	Hoefdpiek op:	Nevenpiek op:	Fractie van de hooftpiek:
O_2	32	16	11%
H_2O	18	17	23%
		16	1%
NH_3	17	16	80%
		15	7%
		14	2%
CH_4	16	15	84%
		14	15%

Onderstaand spectrum is opgebouwd uit:



Bepaal (ongeveer) de procentuele gassamenstelling. Voor het gemak mag hierbij de gevoeligheid van de RGA voor de genoemde gassoorten gelijk worden verondersteld.

'02' $\quad 0.8 + 0.8 \cdot 0.11 = 0.888 \qquad \frac{0.888}{2.9} = 0.306$

'h20 $\quad 1 + 1 \cdot 0.23 + 1 \cdot 0.01 = 1.24 \qquad \frac{1.24}{2.9} = 0.428$

'nh3' $\quad 0.17 + 0.17 \cdot 0.8 + 0.17 \cdot 0.07 + 0.17 \cdot 0.02 = 0.321 \qquad \frac{0.321}{2.9} = 0.111$

'ch4' $\quad 0.23 + 0.23 \cdot 0.84 + 0.23 \cdot 0.15 = 0.458 \qquad \frac{0.458}{2.9} = 0.158$

Oefening 8.2

Een bout aan de vacuümzijde in een wand sluit een klein volume af ter grootte van V = 10 mm^3. Lucht lekt uit V naar de vacuümruimte langs de spoed van de bout. Het geleidingsvermogen hiervan is zeer gering en bedraagt 10^{-8} l/s.

a. Welke aanname wordt er in wezen gemaakt, als dit geleidingsvermogen geacht wordt van 1 atm gasdruk te gelden?
b. Hoeveel tijd moet men pompen om de druk in het volume V een factor 10 te laten dalen?
c. Na hoeveel tijd pompen vanaf 1 atm (≈ 10^{-5} Pa) is de gasstroom langs de bout gedaald tot 10^{-11} Pa m^3/s?

a) Aangenomen wordt dat bij een constante lek de afmeting van het lek veel kleiner is dan de gemiddelde vrije weglengte in atmosferische druk.
Oftewel: aangenomen wordt dat de afmeting van het lek dusdanig klein is dat de moleculen niet massaal naar buiten gaan en dus zeer kleine invloed hebben op het gas buiten de afgesloten ruimte bij atmosferische druk. (afmeting lek << λ_{atm}).

b) Er zijn verschillende zaken bekend:

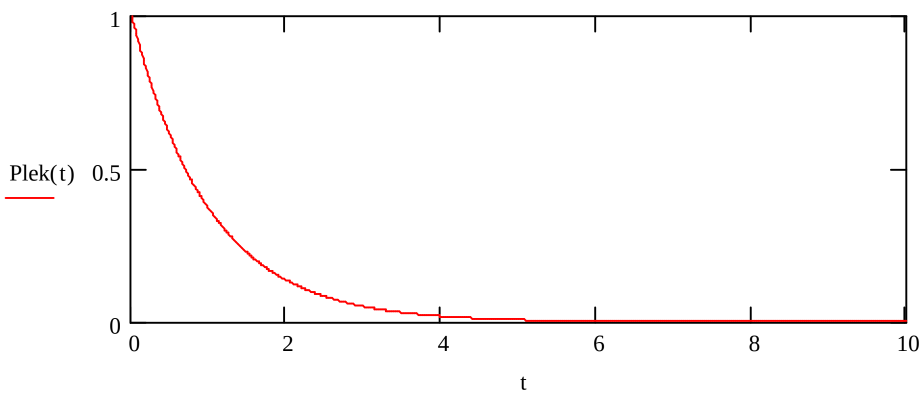
1. $V = 10 \times 10^{-6}$ L.
2. $pV = nRT$. (R is de ideale gas constante)
3. $C = 10^{-8}$ L/s.
4. $Q = C \times \Delta p$.
5. $\Delta p = p_{lek} - p_{vat}$.

Uit vergelijking 2 volgt dat de verhouding in druk gelijk is aan de verhouding in het aantal deeltjes (n). Het dalen van een factor 10 in de druk (-90%) geeft dus ook een afname van het aantal deeltjes met 90%.

Als we nu lineair dit zouden bepalen zou uit de tijd volgen:

$$\frac{\Delta V}{C} = \frac{9 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-8}} = 900s$$

Nu zal het proces via een e-macht verlopen zoals in de onderstaande figuur weergegeven.



Na veel reken en beredeneerwerk volgde de volgende differentiaalvergelijking voor onze oplossingen:

$$p_{lek}(t) = p_0 - C \cdot t \cdot (p_{lek}(t) - p_{vat})$$

Helaas bleek het hierna zeer moeilijk om de vergelijking goed in MathCad in te voeren met als gevolg dat de voorgeschreven tijd voor deze opgave overschreden werd.

Hiermee moesten dan ook opgave b en c overgeslagen worden.

Opdracht 1.1:

Gegeven: Praktisch ideaal gas: H_2, Ar en Kr

$n = 2.10^{19}$ [cm^{-3}] = 2.10^{25} [m^{-3}]

$T = 300$ [K]

Gevraagd: p voor de drie hierboven genoemde gassen

Antwoord: formule 1.26 uit het boek wordt hiervoor gebruikt: $p = nkT$

$k = 1{,}38.10^{-23}$ [J/K]

Hieruit valt af te leiden dat de druk in dit geval niet afhankelijk is van het gas, voor alle drie de gassen zal de druk gelijk zijn aan $p = 8{,}28.10^{4}$ [Pa]

Opdracht 1.2:

Gegeven: L = 42.10^3 [J/mol] voor H_2O tussen 0 °C en 100 °C
T = 303,15 [K]

Gevraagd: p_s bij de gegeven temperatuur

Antwoord: formule 1.60 uit het boek wordt hiervoor gebruikt: $p_s = p_\infty e^{\frac{-L}{RT}}$
R = 8,31 [J/mol.K]
p_s bij 100 °C mag bekend worden verondersteld en is te vinden in tabel B.11
$p_{s,100}$ = 1013,3.10^2 [Pa]

Door de verhouding te nemen tussen de dampdrukken van T_1 = 303,15 [K] en T_2 = 373,15 [K] valt de onbekende p_∞ weg uit de vergelijking en ontstaat:

$$\frac{p_{s,T_1}}{p_{s,T_2}} = \frac{p_\infty e^{\frac{-L}{RT_1}}}{p_\infty e^{\frac{-L}{RT_2}}} = e^{\frac{L}{R}\left(\frac{1}{T_2}-\frac{1}{T_1}\right)}$$

Hieruit volgt dat de dampdruk bij T = 303,15 [K] gelijk is aan: p_s = 4,45.10^3 [Pa]

Opdracht 1.13:

Gegeven: T = 300 [K]
t = 10 [s]
p = 10^{-5} [Pa] zuurstofdruk
A = 1 [cm^2] = 10^{-4} [m^2] oppervlak titaan
N_{tot} = 10^{15} totaal aantal titaan atomen aanwezig op het oppervlak

Gevraagd a: fractie titaanatomen die verbinding zijn aangegaan na 10 seconde
b: zuurstofdruk is nu p = 10^{-8} [Pa], t = gevraagd als alle titaanatomen een verbinding zijn aangegaan

Antwoord a: formule 1.50 uit het boek wordt hiervoor gebruikt: $\frac{dN_i}{dt} = 2{,}63.10^{24}\frac{p}{\sqrt{MT}}$ [m^{-2} s^{-1}] De molaire massa van zuurstof is ongeveer 8.

Wanneer formule 1.50 aan beide kanten wordt vermenigvuldigd met dt en vervolgens wordt geïntegreerd ontstaat de volgende formule:

$$N_i(t) = 2{,}63.10^{24}\frac{p}{\sqrt{MT}}t + C$$

Hierin is C een vooralsnog onbekende constante, echter is bekend dat er voor t = 0 geen verbindingen zijn aangegaan, dit betekend dat de constante gelijk is aan nul. Wanneer de voorgaande formule wordt vermenigvuldigd met het oppervlak en wordt gedeeld door het totaal aantal titaanatomen verkrijgt men de gevraagde fractie:

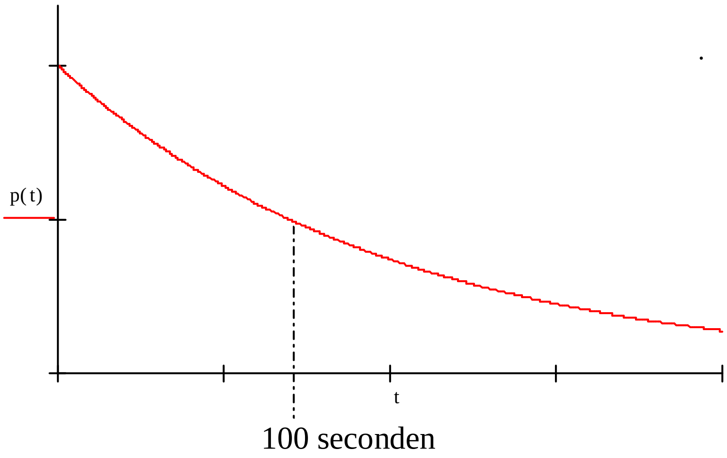
$$\frac{N_i(10)A}{N_{tot}} = \frac{2{,}63.10^{24}\frac{10^{-5}}{\sqrt{8.300}}10.10^{-4}}{10^{15}} = 0{,}536$$

Antwoord b: Alle gegevens op de tijd na zijn bekend, door het omschrijven van de bovenstaande formule ontstaat:

$$t = \frac{N_{tot}}{2{,}63.10^{24}.A.\frac{p}{\sqrt{MT}}} = \frac{10^{15}}{2{,}63.10^{24}.10^{-4}.\frac{10^{-5}}{\sqrt{8.300}}} = 18627\,[\mathrm{s}]$$

Dit delen door 3600 levert dat de gevraagde tijd ongeveer 5,17 uur is.

Opdracht 2.2:
Gegeven:



T_s = 380 [K] wandtemperatuur
Gevraagd: desorptie-energie (E_a) van het kennelijk aanwezige adsorbaat
Antwoord: Uit de grafiek kan het volgende worden afgeleid: *p(100) = 0,5. p(0)* [Pa]
Uit formule 1.50 volgt:

$$\frac{\left(\dfrac{dN_i}{dt}\right)_{t=0}}{\left(\dfrac{dN_i}{dt}\right)_{t=100}} = \frac{2{,}63.10^{24}\,\dfrac{p(0)}{\sqrt{MT_s}}}{2{,}63.10^{24}\,\dfrac{p(100)}{\sqrt{MT_s}}} = \frac{p(0)}{p(100)} = \frac{1}{2}$$

Met dit 'nieuwe' gegeven kan E_a uit formule 2.18 m.b.v. verhoudingen worden afgeleid:

$$\frac{\left(\dfrac{dN_i}{dt}\right)_{t=0}}{\left(\dfrac{dN_i}{dt}\right)_{t=100}} = \frac{(dN_d)_{t=0}}{(dN_d)_{t=100}}\Delta t = \frac{\dfrac{N_s}{\tau_0}e^{\frac{-E_a}{k.T_s}}}{\dfrac{N_s}{\tau_0}e^{\frac{-E_a}{k.T_s}}}\Delta t = e^{\frac{-2E_a}{k.T_s}}\Delta t = 0{,}5$$

Met $k = 1{,}38.10^{-23}$ [J/K], T_s = 380 [K] en Δt = 100 [s] volgt dat de gevraagde desorptie-energie die gelijk is aan de berekende adsorptie-energie (Blz. 78) $E_a = 1{,}817.10^{-19}$ [J]

Opdracht 5.3:

Gegeven: Een Bayard-Alpert manometer

$i^{+} = 1.10^{-3}$ [C/s]

$\lambda_{eff} = 8.10^{-3}$ [m]

$D_w = 2{,}5.10^{-20}$ [m^2/molecuul] (*werkzame doorsnede voor ionisatie gas moleculen door geëmitteerde elektronen)*

$T = 293{,}15$ [K] *(kamer temperatuur)*

$p = 2{,}5.10^{-7}$ [Pa]

Gevraagd: i^{-} de collector stroom

Antwoord: formule 1.26 uit het boek wordt hiervoor gebruikt: $p = nkT$

$k = 1{,}38.10^{-23}$ [J/K]

Hieruit volgt dat de molecuul dichtheid $n = 6{,}176619.10^{13}$ [molecuul/m^3]

Het totale aantal geëmitteerde elektronen is i^{+}/e waarin $e = 1{,}6022.10^{-19}$ [C] de lading is van één elektron.

Dus het totale aantal geëmitteerde elektronen is: $e_e = 6{,}241418.10^{15}$ [elektronen/s]

Doordat de werkzame doorsnede bekend is kan het oppervlak berekend worden met hierin de verhouding tussen de moleculen en de elektronen en dit alles per seconde. Omdat de effectieve elektronen weglengte voor ionisatie bekend is kan de verhouding volume berekend worden. $V = D_w \cdot i^{+}/e \cdot \lambda_{eff}$ Dit geeft weer hoeveel elektronen per molecuul ioniseren per kubieke meter per seconde. Deze verhoudingsvolume maal de molecuul dichtheid geeft het aantal geïoniseerd moleculen per seconde aan, dus het aantal elektronen dat is gaan stromen bij de collector. $I = V \cdot n$

$I \cdot e$ geeft dan tenslotte het aantal coulomb per seconde wat er stroomt, dit levert:

$i^{-} = D_w \cdot i^{+}/e \cdot \lambda_{eff} \cdot n \cdot e = 1{,}25.10^{-11}$ [C/s] = $1{,}25.10^{-11}$ [A]

Opdracht 4.16

Gegeven:
- in een ionenbron (argon, Ar) heerst werkdruk van $2 \cdot 10^{-2}$ Pa.
- ionenstroom 100 μA
- diafragma-opening van 4mm

Gevraagd:

a) De pompsnelheid wanneer de druk in het systeem = $3 \cdot 10^{-5}$ Pa?

b) Toegevoegd wordt een pijpje met d = 4mm op het diafragma. De lengte van het pijpje bij een vermindering van de restgasdoorstroming met factor 4.

c) Hoe groot wordt na deze wijzing de einddruk in het systeem?

Antwoord:

a) Gebruikt worden de volgende formules:

3.101 → $C = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot R \cdot T}{M}} \cdot d^2$

3.72 → $Q = C \cdot \Delta p$

3.122 → $Q = p \cdot S$

$$C = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot 8{,}314 \cdot 300}{39{,}95 \cdot 10^{-3}}} \cdot (4 \cdot 10^{-3})^2 = 1{,}253 \cdot 10^{-3}\ {}^{m^3}\!/_{s}$$

$$Q = C \cdot \Delta p = 1{,}253 \cdot 10^{-3} \cdot (2 \cdot 10^{-2} - 3 \cdot 10^{-5}) = 2{,}502 \cdot 10^{-5}\ {}^{Pa \cdot m^3}\!/_{s}$$

$$S = \frac{Q}{P} = \frac{2{,}502 \cdot 10^{-5}}{3 \cdot 10^{-5}} = 0{,}834\ {}^{m^3}\!/_{s}$$

b) Gebruikt worden de volgende formules:

3.101 → $C_{diafragma} = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot R \cdot T}{M}} \cdot d^2$

3.109 → $C_{buis} = \frac{1}{8} \cdot \sqrt{\frac{2\pi \cdot R \cdot T}{M}} \cdot d^2 \cdot \frac{4d}{4d + 3L}$

$C_{buis} = {}^{1}/_{4} \cdot C_{diafragma}$

$$\frac{4d}{4d + 3L} = \frac{4 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 4 \cdot 10^{-3} + 3L} = \frac{1}{4}$$ → L = 16mm

c) De einddruk daalt eveneens met een factor 4.
${}^{1}/_{4} \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 7{,}5 \cdot 10^{-5}$ Pa

Opgave 1.10

Hoe lang duurt het, voordat er in een vat op een stikstofdruk van 10^4 Pa bij kamertemperatuur 10^{15} moleculen per cm² op de wand hebben gebotst?

We gebruiken hiervoor de theorie over invalsdichtheid (§1.13). Voor de invalsdichtheid, het aantal moleculen dat per tijdseenheid op een bepaald oppervlak valt, geldt de volgende formule:

$$\frac{dN_i}{dt} = \frac{p}{\sqrt{2\pi mkT}} = 2{,}63\times10^{24}\,\frac{p}{\sqrt{MT}}$$

We vullen de volgende gegevens in:

p = 10^{-4} Pa
M = 28 (stikstof, tabel B.7, blz 654)
T = 293 K

Hieruit volgt: $\frac{dN_i}{dt} = \frac{2{,}63\times10^{24}\cdot10^{-4}}{\sqrt{28\cdot293}} = 2{,}90\times10^{18}\,m^{-2}s^{-1} = 2{,}90\times10^{14}\,cm^{-2}s^{-1}$

Dit is dus het aantal moleculen dat per seconde per vierkante centimeter op de wand invalt. Om nu te weten hoe lang het duurt voordat er 10^{15} moleculen op een vierkante centimeter invallen, moeten we het door dit getal delen, dus:

$$t = \frac{10^{15}}{2{,}90\times10^{14}} = 3{,}45s$$

Het duurt dus 3,45 seconden voordat in deze omstandigheden 10^{15} moleculen per cm² op de wand botsen.

Opgave 1.11

In een kubusvormig vat met een inhoud van 1 liter heerst een druk van 10^{-4} Pa stikstof. De temperatuur van het vat is 20 ° C. Geef globaal aan hoeveel keer een stikstofmolecuul tegen de wand botst alvorens tegen een ander molecuul aan te botsen.

Deze opgave wordt opgelost met de theorie over vrije weglengte. De vraag is eigenlijk hoe groot de vrije weglengte van een stikstofmolecuul is in verhouding tot de afmeting van het vat. Aangezien het vat kubusvormig is, met een inhoud van 1 liter, is het een vat van 10 × 10 × 10 cm.
Voor het berekenen van de vrije weglengte van het stikstofmolecuul, gebruiken we de volgende formule:

$$\lambda = \frac{kT}{p\pi\delta^2\sqrt{2}}$$

We vullen hier de volgende gegevens in:

$k = 1{,}38\times10^{-23}$ J/K
$T = 20$ ° C $= 293$ K
$p = 10^{-4}$ Pa
$\delta = 0{,}37\times10^{-9}$ m *(uit tabel B.8, blz 655)*

Hieruit volgt: $\lambda = \dfrac{1{,}38\times10^{-23}\cdot 293}{10^{-4}\cdot\pi\cdot\left(0{,}37\cdot10^{-9}\right)^2\cdot\sqrt{2}} = 66{,}5m$

Dus een stikstofmolecuul legt gemiddeld 66,5 meter af voordat het tegen een ander stikstofmolecuul botst. Tussen twee wanden van het vat zit gemiddeld een afstand van 0,1 meter, dus het molecuul botst ongeveer 665 keer tegen een wand voordat het tegen een ander molecuul botst.

Opgave 1.13

Een atomair schoon titaanoppervlak (T = 300 K) wordt gedurende 10 seconden blootgesteld aan een zuurstofdruk van 10^{-5} Pa. Op 1 cm² titaanoppervlak zijn 10^{15} titaanatomen aanwezig. We nemen aan dat elk invallend zuurstofmolecuul aan het titaan wordt gebonden en dat zich per titaanatoom één zuurstofatoom bindt.

a. Welke fractie van de titaanatomen aan het oppervlak zal na genoemde 10 seconden een verbinding hebben aangegaan?

b. Vervolgens wordt de druk verlaagd tot 10^{-8} Pa. Hoe lang duurt het dan nog voordat het complete titaanoppervlak bedekt is met zuurstof?

a. We gebruiken de formule voor de invalsdichtheid (1.49)
Om uit te rekenen hoeveel titaanatomen na 10 seconden een verbinding hebben aangegaan schrijven we de formule om naar het volgende:

$$N_i = 2{,}63 \times 10^{24} \cdot \frac{pt}{\sqrt{MT}}$$

Hier vullen we de volgende gegevens in:
p = 10^{-5} Pa
t = 10 s
M = 32 (zuurstof, tabel B.7, blz 654)
T = 300 K

Hieruit volgt: $N_i = \dfrac{2{,}63 \times 10^{24} \cdot 10^{-5} \cdot 10}{\sqrt{32 \cdot 300}} = 2{,}68 \times 10^{18}$

Dit is het aantal zuurstofmoleculen dat een verbinding aangaat. Elk zuurstofmolecuul bestaat uit 2 zuurstofatomen. Er zijn nu dus 2 2,68×10^{18} titaanatomen verbonden. De gevraagde fractie is nu:

$$\frac{2 \cdot 2{,}68 \times 10^{18}}{10^{19}} = 0{,}537$$

Dus 53,7 % van de titaanatomen zal na 10 seconden een verbinding hebben aangegaan.

b. Deze vraag is op twee manieren te lezen. Allereerst kun je er van uitgaan dat vraagstuk b doorgaat op vraagstuk a. In dat geval is meer dan de helft van het titaanoppervlak (53,7 %) reeds verbonden met zuurstofatomen. Het aantal benodigde zuurstofmoleculen is dan N = 0,5 (1-0,537)×10^{19} = 2,32×10^{18}.
De tijd die het kost om deze zuurstofmoleculen te laten verbinden is als volgt te berekenen:

$$t = \frac{N \cdot \sqrt{MT}}{2{,}63 \times 10^{24} \cdot p} = \frac{2{,}32 \times 10^{18} \cdot \sqrt{32 \cdot 300}}{2{,}63 \times 10^{24} \cdot 10^{-8}} = 8{,}64 \times 10^{3} s \cong 2{,}4 uur$$

Als we de vraag anders interpreteren, namelijk alsof we opnieuw beginnen met een schoon titaanoppervlak, en dan met verlaagde druk, dan hebben we 0,5×10^{19} zuurstofmoleculen nodig. De tijd die het dan duurt is:

$$t = \frac{0{,}5 \times 10^{19} \cdot \sqrt{32 \cdot 300}}{2{,}63 \times 10^{24} \cdot 10^{-8}} = 1{,}86 \times 10^{4} s \cong 5{,}2 uur$$

Opgave 2.4

Een kubusvormige vacuümkamer van (inwendig) 10 × 10 × 10 cm³ is op hoogvacuüm (10^{-4} Pa), terwijl er een monolaag water ($5 \cdot 10^{14}$ moleculen/cm²) op de wand aanwezig is. De kamer wordt in deze toestand afgesloten. Wat wordt bij kamertemperatuur (293 K) de evenwichtdruk in de kamer? Gegeven: de adsorptie-energie van water op de wand is $E_a \approx 1 \cdot 10^{-19}$ J per molecuul. Voor de gemiddelde verblijftijd τ op de wand geldt $\tau = \tau_0 \exp(E_a/kT)$, waarbij $\tau_0 = 10^{-13}$ s en $k = 1{,}38 \cdot 10^{-23}$ J/K. De adsorptiewaarschijnlijkheid is 1.

Allereerst rekenen we de gemiddelde verblijftijd op de wand uit:

$$\tau = \tau_0 \cdot \exp\left(\frac{E_a}{kT}\right) = 10^{-13} \cdot \exp\left(\frac{1\times10^{-19}}{1{,}38\times10^{-23}\cdot 293}\right) = 5{,}5\times10^{-3}\, s$$

De netto verandering per tijdseenheid van het aantal op een oppervlak geadsorbeerde deeltjes (dN_s/dt) is altijd gelijk aan het aantal dat per tijdseenheid adsorbeert (dN_a/dt) vermindert met het aantal deeltjes dat in diezelfde tijdseenheid desorbeert (dN_d/dt):

$$\frac{dN_s}{dt} = \frac{dN_a}{dt} - \frac{dN_d}{dt} = 2{,}63\times10^{24} \cdot \frac{pAs_a}{\sqrt{MT_g}} - \frac{N_s}{\tau}$$

In de evenwichtssituatie geldt dat dN_s/dt gelijk is aan nul. Voor de druk in deze situatie krijg je dan de volgende uitdrukking:

$$p = \frac{N_s \cdot \sqrt{MT_g}}{2{,}63\times10^{24} \cdot As_a\tau}$$

We vullen hier de volgende waardes in:

- *$N_s = 6 \cdot 100 \cdot 5\times10^{14} = 3\times10^{17}$ (6 wanden met een oppervlakte van 100 cm² met 5×10^{14} moleculen per cm².)*
- *M = 18 (H_2O, tabel B.7, blz 654)*
- *T_g = 293 K (aangenomen dat de temperatuur van het gas gelijk is aan de omgevingstemperatuur)*
- *A = 6×10^{-2} m² (6 wanden met een oppervlakte van 100 cm²)*
- *s_a = 1 (dit is de gegeven adsorptiewaarschijnlijkheid)*
- *$\tau = 5{,}5\times10^{-3}$ s (zoals hierboven uitgerekend is)*

Er volgt nu voor de evenwichtsdruk:

$$p = \frac{3\times10^{17} \cdot \sqrt{18\cdot 293}}{2{,}63\times10^{24} \cdot 6\times10^{-2} \cdot 1 \cdot 5{,}5\times10^{-3}} = 2{,}5\times10^{-2}\, Pa$$

Opdracht 3.9

<u>Gegeven</u>

M_{N2} = 28.02
R = 8,314 KJ/Kg*K
T =300 K
l = 0.3 m
d = 0.03 m
Po $=10^{-2}$ Pa
Px = 0 Pa

Massastroom van 1 naar 2

$$w = \frac{1}{6} \cdot \frac{d^3}{l} \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot M}{R \cdot T}} \cdot (Po - Px) \qquad [3.70]$$

$$w = 3.99 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-2} - Px)$$

massastroom van 2 naar 3

$$w = \sqrt{\frac{M}{2 \cdot \pi \cdot R \cdot T}} \cdot (Px - P3) \qquad [3.65]$$

$$w = 1.33 \cdot 10^{-5} \cdot Px$$

Samenvoegen:

$$3.99 \cdot 10^{-6} \cdot (10^{-2} - Px) = 1.33 \cdot 10^{-5} \cdot Px$$

$$Px = 2.3 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$$

Opdracht 3.10*

Gegeven

$C_{N_2} = 500 \cdot 10^{-3} m^3 / s$ bij kamertemperatuur

$S_{N_2} = 100 \cdot 10^{-3} m^3 / s$

$S_{H_2} = 2 \cdot S_{N_2} = 200 \cdot 10^{-3}$

koelval is gekoeld met vloeibare stikstof van 77 K

Oplossing

$$C_{M,T} = C_{lucht} \cdot \sqrt{\frac{28}{M} \cdot \sqrt{\frac{T}{300}}} \quad \text{formule (1)}$$

Met deze formule hebben we $C_{M,T}$ berekend.
Door voor T=300K en M_{H2}=2*10^{-3}
Dan is $C_{M,T}$= 1,87 m^3/s

$$S_{eff} = \frac{C_{M,T} \cdot S_{H_2}}{C_{M,T} + S_{H_2}} \quad \text{formule (2)}$$

Met deze formule kun je nu de effectieve pompdruk meten. Bij temperatuur van het koelval van 300 K
S_{eff} = 0.18 m^3/s

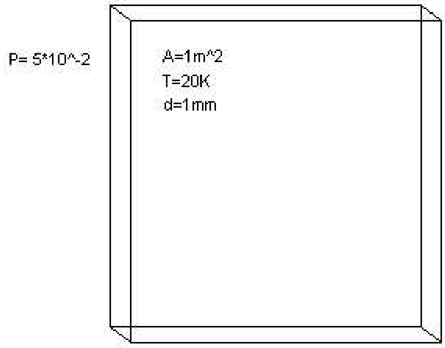
Is koelval gekoeld op 77 K dan zal de vacuümkamer de "effectieve" pomp zien als een systeem op 77K:

$$S_{eff} = \sqrt{\frac{77}{300}} \cdot 0.18 = 0.09 \ m^3/s$$

Som 2.10*

Vraag : zie boek bladzijde 108

Gegeven:
Partiele waterstofdruk = $5*10^{-2}$ Pa
P~$1*10^{-12}$ $Pa^{1/2}m^2/s$
A=$1m^2$
d=1mm
T=20K
H_2 ------Ni



Oplossing:
In de eerste vraag wordt er gevraagd naar de permeatiegasstroom. Deze is te berekene n m.b.v. deze formule:

$$Q_p = P \cdot \frac{\sqrt{p}}{d} \qquad [Pam^{-3}/sm^2] \qquad (1)$$

Q_p = permeatiegasstroom
P = permeabiliteitsconstante
p = partiele druk
d = dikte

$$Q_p = 1 \cdot 10^{-12} \cdot \frac{\sqrt{5 \cdot 10^{-2}}}{1 \cdot 10^{-3}} = 2.24 \cdot 10^{-10} \qquad [Pam^{-3}/sm^2]$$

In de tweede vraag wordt er een veronderstelling gedaan dat de desorptiegasstroom daalt omgekeerd evenredig met de tijd. Er wordt gevraagd naar de desorptiegasstroom na 400dagen.

400 dagen = 9600 uur

omdat het omgekeerd evenredig is kan de gasstroom gedeelt worden door het aantal uur in 400 dagen dit wordt dan:

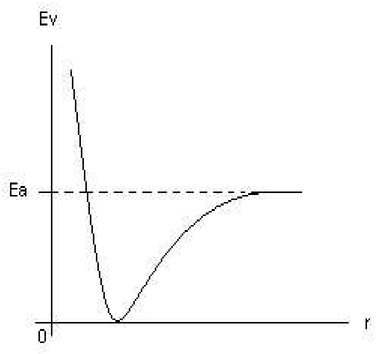
$$\frac{1 \cdot 10^{-4}}{400 \cdot 24} = 10.42 \cdot 10^{-9} \qquad [Pam^{-3}/sm^2]$$

omdat de desorptiegasstroom ongeveer een factor 100 x groter is dan permeatiegasstroom kan er geconcludeerd worden dat de permeatiegasstroom geen rol speelt.

Som 2.9*

Vraag:
De adsorptie-energie van stikstof aan roestvast staal bedraagt 15kJ/mol. Bereken de gemiddelde verblijftijd τ van stikstof op het roestvaste staal bij 20 K. Neem voor $\tau_0 = 1*10^{-13}$ s.

Gegeven:
$E_a*N_A = 15$ kJ/mol
T = 20 K
$\tau_0 = 1*10^{-13}$ s
$N_A=6.02*10^{23}$



Figuur 1Gemiddelelde verblijftijd in de geadsorbeerde fase

Het snijpunt van de grafiek bij de x-as is de desorptie energie. Hierdoor gaat het molecuul naar een niet gebonden energie toestand van het potentiaalveld.

Oplossing:
Bij dit probleem wordt er gekeken naar de theorie betreffende de verblijftijd van de moleculen. Paragraaf 2.6.
Hieruit wordt duidelijk wat nu precies de gemiddelde verblijftijd is; het tijdsinterval waarna de geaccumuleerde kans op desorptie gelijk is aan 1. Deze is in deze formule vorm opgeschreven (afleiding staat in paragraaf 2.6):

$$\tau = \tau_0 \cdot e^{\frac{E_a}{kT}} \qquad (1)$$

τ = gemiddelde verblijftijd
τ_0= trillingstijd
k = constante van Boltzman
T = Temperatuur in K
E_a= adsorptie energie

Omdat E_a*N_A= 15 kJ/mol kan uit deze vergelijking de E_a gehaald worden. Deze is

$$E_a = \frac{15 \cdot 10^3}{6.02 \cdot 10^{23}} = 24.92 \cdot 10^{-21}$$

nu kan met behulp van formule (1) de verblijftijd worden bepaald. Deze is:

$$\tau = 1 \cdot 10^{13} \cdot e^{\frac{24.92 \cdot 10^{-21}}{1..38 \cdot 10^{-23} \cdot 20}} = 1.63 \cdot 10^{26}$$

dit is omgerekend naar jaren $5.16*10^{18}$ jaar

Opgave 3.4

Opgave 3.4 Blz 170
In een dunne wand bevindt zich een gat met een diameter van 2 cm.
Aan de lage drukzijde is de druk p2 ongeveer 0; T=300 K
Vraag A: Hoeveel deeltjes worden er door het gat gepompt?
Vraag B: Met welke pompsnelheid komt dit overeen?

Konstanten:

$u := 1.67 \cdot 10^{-27}$ [kg] Atomaire massa-eenheid

$k := 13.81 \cdot 10^{-24}$ [J/K] Konstante van Boltzmann

Tabelwaarde massa stikstof

$M := 14$ Molaire massa

Gegeven:

$p1 := 1 \cdot 10^{-2}$ [Pa]

$p2 := 0$ [Pa]

$T := 300$ [K]

$d := 2 \cdot 10^{-2}$ [m]

Berekeningen vraag A:

$m := 2 \cdot u \cdot M$

$m \text{ float}, 4 \rightarrow 4.676 \cdot 10^{-26}$

$A := \frac{1}{4} \cdot \pi \cdot (d)^2$

$A = 3.142 \times 10^{-4}$ $[m^2]$

$$\omega := \left(\sqrt{\frac{m}{2 \cdot \pi \cdot k \cdot T}}\right) \cdot (p1 - p2) \cdot A$$

$\omega = 4.211 \times 10^{-9}$ [kg/s] Per tijdseenheid doorstromende gasmassa

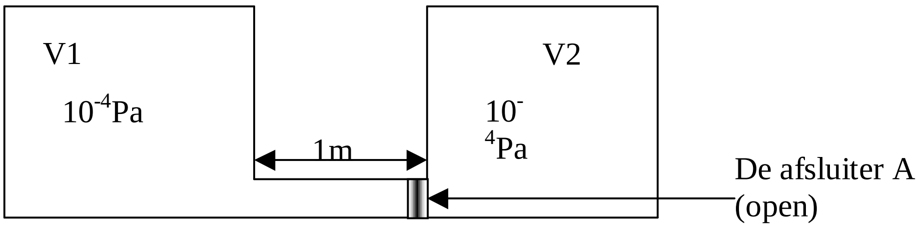
$\frac{\omega}{m} = 9.005 \times 10^{16}$ [1/s] Aantal deeltjes per seconden

Berekeningen vraag B:
De pompsnelheid van een vacuumpomp is het volume aan gas dat per tijdseenheid door de pomp uit een te evacueren ruimte wordt verwijderd (volume per tijdseenheid). We hebben nu h aantal deeltjes per seconde en moeten nu dus uitrekenen hoeveel volume de gevonden aanta deeltjes per seconde in beslag neemt.
We gebruiken hiervoor de ideale gaswet: pV=N k T

$N := 9.005 \cdot 10^{16}$

$V := \frac{N \cdot k \cdot T}{p1}$ $V \text{ float}, 4 \rightarrow 3.731 \cdot 10^{-2}$ $\frac{m^3}{s}$ = 37 [l/s]

Opgave 1.12



Vraag:

We gaan uit van twee vacuümkamers V1 en V2 die onderling verbonden zijn door een buis van 1 meter lengte. Vlak bij V2 is in de buis een afsluiter A opgenomen. In beide kamers heerst een druk van 10^{-4}Pa. De afsluiter A is open. Er ontstaat plotseling een lek in kamer V1, waardoor uit de omgeving lucht naar binnen stroomt (we stellen voor het gemak dat dit stikstof is). Als afsluiter A in 1 milliseconde sluit, blijft dan de druk in V2 10^{-4}Pa?

Antwoord:

Door het lek zal direct in V1 een druk heersen van 10^5Pa. De moleculen moeten echter ook nog door de 1-meter lange buis. Wanneer je de middelbare snelheid weet, weet je in grove lijnen de snelheidsverdelingsfunctie. De gemiddelde snelheid ligt namelijk precies in het midden tussen 0m/s en de maximaal voorkomende snelheid. Dus dan kun je kijken wat de maximaal voorkomende snelheid is en weet je dus of er moleculen in V2 komen en dus de druk verhoogt.

Middelbare snelheid = $1.58*10^2\sqrt{(T/M)}$ *Formule1*

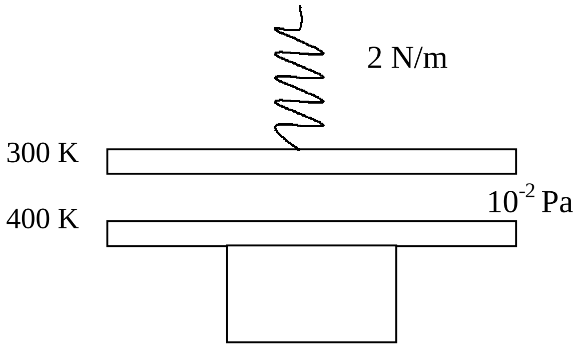
T = temperatuur (K)
M = massagetal

Je berekent hiermee de volgende middelbare snelheid (aanname T=300K):

Middelbare snelheid = 731 m/s

Dit geeft een maximaal voorkomende snelheid van 1462 m/s. Dit betekent dat de snelste moleculen in 1ms 1,46m afleggen.
Hieraan kun je zien dat nog best wel veel moleculen in die 1ms V2 bereiken en dat dus **de druk in V2 hoger** wordt.

Uitwerking Opgave 1.18*



De platen hebben een oppervlakte van 10^{-2} m^2

Figuur 1 De opstelling behorende bij opgave 1.18

Vraag:
Een dunne vlakke plaat met een oppervlakte van 10^{-2} m^2 is horizontaal opgehangen aan een veer (veerconstante 2 N/m) zodanig dat deze vlak boven en evenwijdig aan een vaste plaat hangt. Beide platen zijn eerst op 300 K. De ruimte waarin de opstelling is geplaatst wordt geëvacueerd naar 10^{-2} Pa. Vervolgens wordt de vaste plaat verwarmd tot 400 K. Neem voor het gemak aan, dat hierdoor de dichtheid tussen de platen niet wijzigt.
Bereken de lengteverandering die de veer ondergaat. Wat wordt deze als de druk 2x zo hoog wordt?

Antwoord:
Om de vraag te kunnen beantwoorden moeten we eerst weten of er sprake is van een moleculaire stroming. Een moleculaire stroming is een stroming van moleculen waarbij de vrije weglengte veel groter is dan de afstand waartussen gebotst kan worden.
We moeten dus de vrije weglengte berekenen. Dit bereken je met:

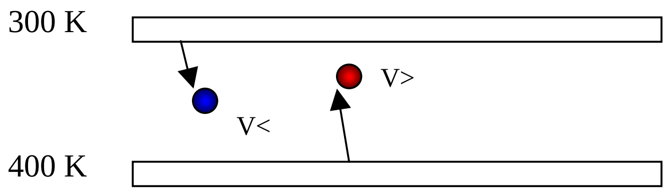
$$\lambda_{lucht} = \frac{6{,}7 \times 10^{-3}}{p} \qquad \text{Formule 1}$$

De druk is gegeven, dus wordt:

$$\lambda_{lucht} = 0{,}67\mathrm{m}$$

Aangezien de vrije weglengte onafhankelijk is van de de temperatuur, als de dichtheid gelijk blijft, kunnen we zeggen dat we te maken hebben met moleculaire stroming.

In figuur2 is de situatie geschetst: "koude" moleculen gaan richting onderste plaat, "hete" moleculen gaan richting bovenste plaat.



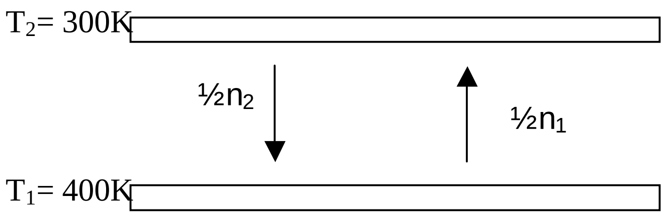
Figuur 2 De invloed op de temperatuur op de snelheid

Wanneer je er vanuit gaat dat de moleculen bij de botsing de totale temperatuur overnemen en ze onderweg geen energie verliezen, kun je op de volgende manier de druk op de bovenste plaat berekenen:

Voor de gemiddelde dichtheid tussen de platen geldt:

$n = 0{,}5n_1 + 0{,}5n_2$ Formule 2

met :
n_1 = de fictieve dichtheid van de moleculen richting de koude plaat
n_2 = de fictieve dichtheid van de moleculen richting de warme plaat



Figuur 3 De gemiddelde dichtheid de twee kanten op

Uit het boek haal je de volgende definitie:

$n_1 * v_1 = n_2 * v_2 \;\Rightarrow\; n_2 = n_1\sqrt{(T1/T2)}$ Formule 3

Door deze twee formules te combineren krijg je :

$$n_1 = \frac{2n}{1+\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}}$$ Formule 4

Voor de druk die van onder op de bovenste plaat wordt uitgeoefend geldt:

$p_1 = n_1 * k * T_1$ Formule 5

Door formule 4 in te vullen in formule 5 krijg je :

$$p_1 = \frac{2n}{1+\sqrt{\frac{T_1}{T_2}}} \cdot kT_1$$ Formule 6

In de vraag staat aangegeven dat je ervan uit mag gaan dat de dichtheid tussen de platen na verwarming gelijk blijft. Dus geldt voor de dichtheid n:

$$n = \frac{p}{kT} = \frac{10^{-2}}{1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 300} = 2{,}4 \cdot 10^{18} m^{-3}$$

Nu kun je m.b.v. formule6 de druk p_1 berekenen van onder op de bovenste plaat.

$$p_1 = \frac{2 \cdot 2{,}4 \cdot 10^{18}}{1+\sqrt{\frac{400}{300}}} \cdot 1{,}38 \cdot 10^{-23} \cdot 400 = 1{,}243 \cdot 10^{-2} Pa$$

De druk boven de bovenste plaat is10^{-2} Pa, dus de netto druk naar boven is:

$1{,}243*10^{-2} – 1{,}000*10^{-2} = 0{,}243*10^{-2}$ Pa

Aangezien voor de druk geldt:

$$p = \frac{F}{A}$$ Formule 7

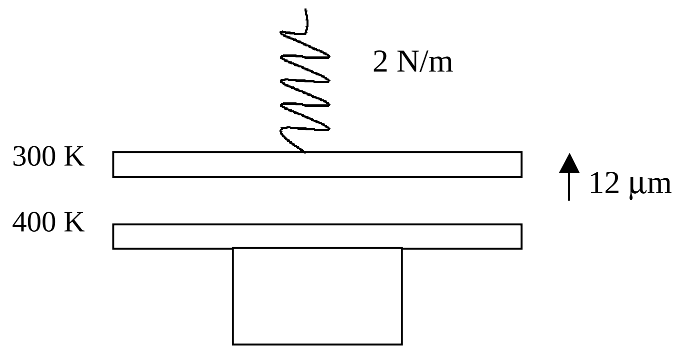
en je weet dat het oppervlakte van de plaat 10^{-2} m^2. Hiermee kun je de kracht naar boven berekenen. Die is:

$F = p*A = 0{,}243*10^{-2} * 10^{-2} = 2{,}43*10^{-5}$ N

De veerconstante van de veer is 2 N/m, dus wordt de uitwijking naar boven:

$u = 2{,}43*10^{-5} / 2 = 12$ μm

Zie figuur 4.



Figuur 4 De beweging van de plaat omhoog

Als antwoord op wat er gebeurt wanneer de druk een faktor twee verhoogd wordt kan het volgende gezegd worden:

De vrije weglengte is nog steeds groot genoeg, dus er is nog steeds sprake van een moleculaire stroming. Omdat de druk p 2x zo groot wordt, wordt de dichtheid 2x zo groot. Volgens formule6 wordt dan de druk van onder op de bovenste plaat 2x zo groot en dus ook de netto druk 2x zo groot. Uiteindelijk zal hierdoor de uitwijking 2x zo groot worden (formule7).
De uitwijking bij een 2x zo hoge druk wordt dus:

$$u = 24 \mu m$$

Oefening 3.5

In de figuur op bladzijde 170 is een buis te zien met constante breedte en er wordt een hoeveelheid gas Q binnen gelaten.

a. Wat kun je zeggen over de drukken p3 en p4 en de gasstroom in C3?
b. Als C1=C2=C3=S, druk dan p2, p3 en p4 uit in p1.

Antwoord:

a. De stroom komt bij p3 binnen en de stroomrichting is naar links gericht. Dus om stroming te hebben moet er een drukverschil zijn. Dit is niet het geval dus p3 moet gelijk zijn p4. $Q = C3*\nabla p \Rightarrow Q = 0$
b. Voor de geleidingsvermogen C1 geldt: $C1*(p2-p1)=p1*S \Rightarrow C1=C2=C3=S$. Dus $C*(p2-p1)=C*p1 \Rightarrow p2=2p1$. Hetzelfde geldt voor de andere geleidingsvermogens. Hieruit volgt dat $C(p3-p2)=Cp1 \Rightarrow p3=3p1$ en $p3=p4$ dus $p4=3p1$

Oefening 4.6

Een turbomoleculairpomp met een pompsnelheid voor waterstof van 500 l/s en een maximale compressieverhouding 1000, wordt afgepompt door een voorpomp bij een partiële druk H_2-druk aldaar van 1 Pa.

a. Geef een uitdrukking voor de effectieve pompsnelheid van de turbomoleculairpomp voor H_2 als functie van de H_2(aanzuigdruk).
b. Nu wordt de turbomoleculairpomp afgepompt door een klein turbomoleculairpompje met (voor H_2) een pompsnelheid van 33 l/s en een compressie verhouding van 500, die op zijn beurt is verbonden met dezelfde voorpomp. Hoe groot zijn nu de compressie verhoudingen voor H_2 en de effectieve pompsnelheid als functie van de H_2 aazuigdruk van de turbomoleculairpompcombinatie?

Antwoord:

a. Voor eind druk geldt dat gepompte Q is gelijk aan de teruglek. Dus p_e*S_0 = Q_{terug} . Compressieverhouding: $p_e = K^* p_{H2} \Rightarrow$ Bij een inlaatdruk groter dan p_e is er sprake van een netto stroom. Dus $S_{eff} * p_{H2} = S_0 * p_{H2} – S_0 * p_e \Rightarrow S_{eff} * p_{H2} = S_0 * p_{H2} – S_0 * K * p_{H2}$. Dus $S_{eff} = S_0 * (1- 1/(K_0*p_{H2})) \Rightarrow S_{eff} = 0.5(1-0.001/p_{H2})$.
b. S_0 blijft gelijk en K wordt 500 keer zo groot dus $S_{eff} = 0.5(1-0.001/p_{H2} * 1/K) = 0.5(1-0.001/p_{H2} * 1/500) = 0.5(1- 2*10^{-6} / p_{H2})$

Oefening 4.8

Bij een experiment wordt 10^{-9} Pam^3/s gas ontwikkeld. Het binnen oppervlak van de vacuümkamer is 1 m^2. De ontgassing na uitstoken is 10^{-9} Pam^3/sm^2. De vereiste druk is 10^{-8} Pa.

a. Welke pompsnelheid is hiervoor nodig?
b. Er wordt een turbomoleculairpomp genomen met de vereiste pompsnelheid. Bij het gebruik van een ionenkanon loopt de druk op tot 10^{-2} Pa. De voorvacuümdruk van de turbomoleculairpomp mag niet hoger worden dan 10 Pa. Welke pompsnelheid moet de bijbehorende voorpomp hebben?

Antwoord:

a. Er is een Q_1 van 10^{-9} Pam^3/s. Ook bij uitstoken is er ($Q_2 = 10^{-9}*1 = 10^{-9}$) een vermogen van 10^{-9} Pam^3/s. $Q_{tot} = Q_1 + Q_2 = 2*10^{-9}$ Pam^3/s. Met $Q = p*S = 2*10^{-9} = 10^{-8}*S$. De pompsnelheid is dan $S = 0.2$ m^3/s.
b. Bij een einddruk van 10^{-2} Pa en een pompsnelheid van 0.2 m^3/s is het vermogen dan $2*10^{-3}$ Pam^3/s. De voorvacuümdruk mag niet hoger dan 10 Pa. Dus de vermogen moet ook $2*10^{-3}$ Pam^3/s zijn anders wordt de druk > 10 Pa.
   $Q = 2*10^{-3}$ $Pam^3/s = 10$ $Pa*S \Rightarrow S = 2*10^{-4}$ m^3/s.