

Cursus Vacuümtechniek

Week 3

Kenniscentrum Mechatronica
Eindhoven

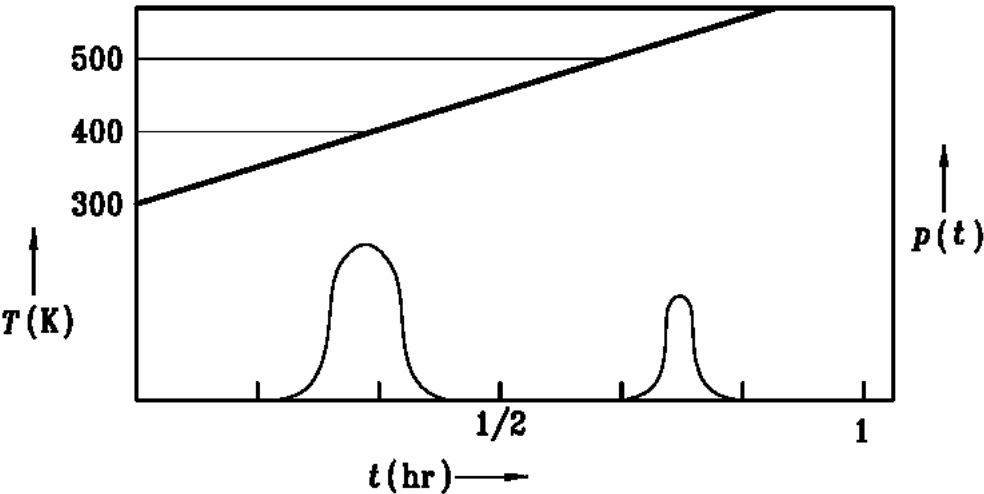
Even terugkijken

Artikel "Laser-geïnduceerde CVD":

- Welke delen hebben te maken met de stof van de afgelopen weken ?
 - ◆ Interdiffusie van aluminium met silicium
 - ◆ Achtergronddruk van 1 Pa geeft vervuiling van gedeponeerde lagen
 - ◆ Hoeveelheid water die in reactiekamer komt is ontmeetbaar klein. Welke methode toegepast ?
 - ◆ Diffusiecoëfficiënt D voor een minderheidsgas R in een meerderheidsgas N is:

$$D = \frac{V_R \sqrt{1 + \frac{m_R}{m_N}}}{9,4 n_N (r_R + r_N)^2 (1 + \alpha)} \quad [cm^2 \cdot s^{-1}]$$

Even terugkijken: oefening 2.5



Bij een lineair stijgende wandtemperatuur verloopt de druk in een afgepompte vacuümkamer volgens de grafiek hiernaast. Hoe groot zijn de adsorptie-energieën van de vrijkomende gasmoleculen (ongeveer)?

Analyse van het probleem:

bij de temperatuur waarbij een specifiek gas vrij komt en een desorptiepiek wordt waargenomen, zal de **gemiddelde verblijftijd** τ gedaald zijn tot:

~ 1 seconde

Berekening bij oefening 2.5

$$\tau = \tau_0 e^{E_a/kT_s}$$

Eerste piek:

$$1 = 10^{-13} e^{\frac{E_a}{1,38 \times 10^{-23} \times 380}} \Rightarrow E_a \approx 1,6 \times 10^{-19} \text{ J} = 1 \text{ eV}$$

Tweede piek:

$$1 = 10^{-13} e^{\frac{E_a}{1,38 \times 10^{-23} \times 520}} \Rightarrow E_a \approx 2,0 \times 10^{-19} \text{ J} = 1,3 \text{ eV}$$

Even terugkijken: oefening 2.8

- $Q = 5 \times 10^{-5} \times 5 = 2,5 \times 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$
- Is dit een reële pompsnelheid ?

Even terugkijken: oefening 2.10

- $P = 10^{-12} \text{ Pa}^{1/2} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$
- Hoe verder ?

Even terugkijken: transportvergelijkingen

Deeltjesstroom:

$$\vec{j} = -D \nabla n$$

Diffusiecoëfficiënt

Thermische
Diffusiviteit

Warmtestroom:

$$\vec{j}_\lambda = -\lambda \nabla T$$

Warmtegeleidingscoëfficiënt

$$\vec{j}_\lambda = -\frac{\lambda}{c_v} \nabla u$$

Impulsstroom:

$$j_{p_z} = -\eta \frac{dv_z}{dx}$$

Viscositeit

$$j_{p_z} = -\frac{\eta}{\rho} \frac{d(\rho v_z)}{dx}$$

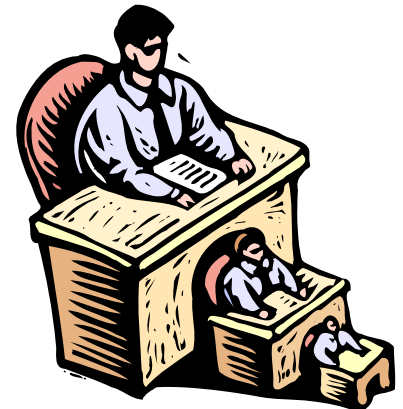
Kinematische
Viscositeit

Module 1: Basisbegrippen

Gasstromingsprocessen in de Vacuümtechniek

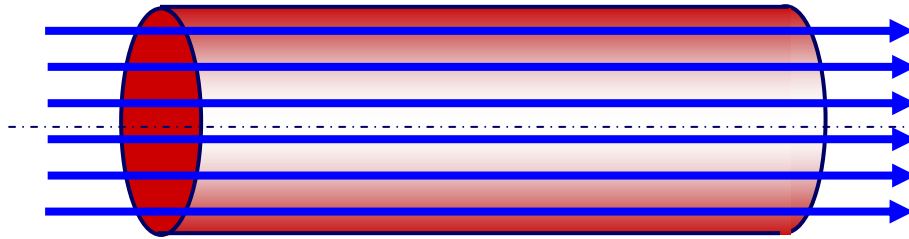
Inleiding

- Bij het pompen aan een te evacuëren ruimte moet het te verpompen gas vanuit deze ruimte de pomp instromen. Kennis van de daarbij optredende **stromingsvormen** is voor de **dimensionering** van de noodzakelijke pompleidingen en overige systeemonderdelen van essentieel belang.
- Niet zelden wordt de werking van een vacuümsysteem in negatieve zin beïnvloed doordat **niet bij elkaar passende verbindingselementen** zijn gebruikt.



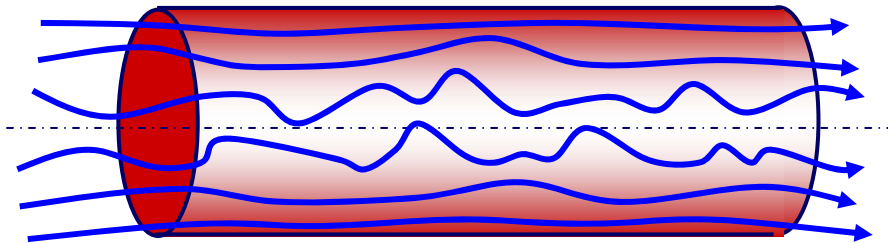
Laminair en turbulent (1)

Laminaire stroming:



- Bereken altijd eerst Reynolds

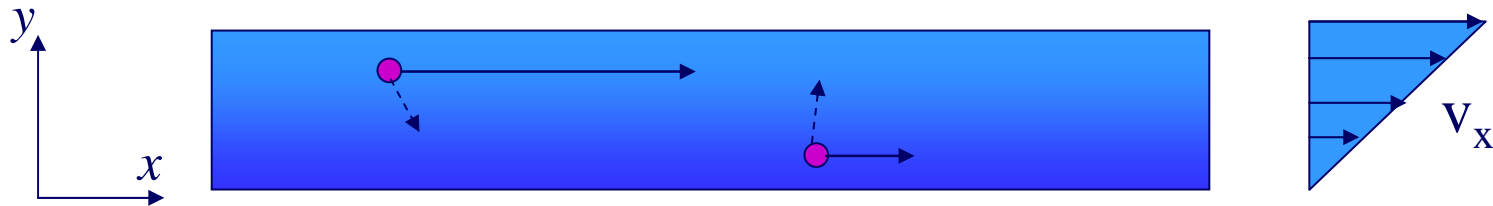
Turbulente stroming:



- $$Re = \frac{\rho v D}{\eta}$$

- als $Re > 4000$ turbulent
- als $Re < 2100$ laminair

Laminair en turbulent (2)



Impulstransport \perp stroming

Laminaire stroming

- *moleculaire interacties*
- *Brownse beweging*

Turbulente stroming

- *moleculaire interacties*
- *Brownse beweging*
- *wervels*

Bewegingsvergelijking

Voor een vast lichaam:

$$\sum K_x = \frac{d(Mv_x)}{dt}, \quad \sum K_y = \frac{d(Mv_y)}{dt}, \quad \sum K_z = \frac{d(Mv_z)}{dt}$$

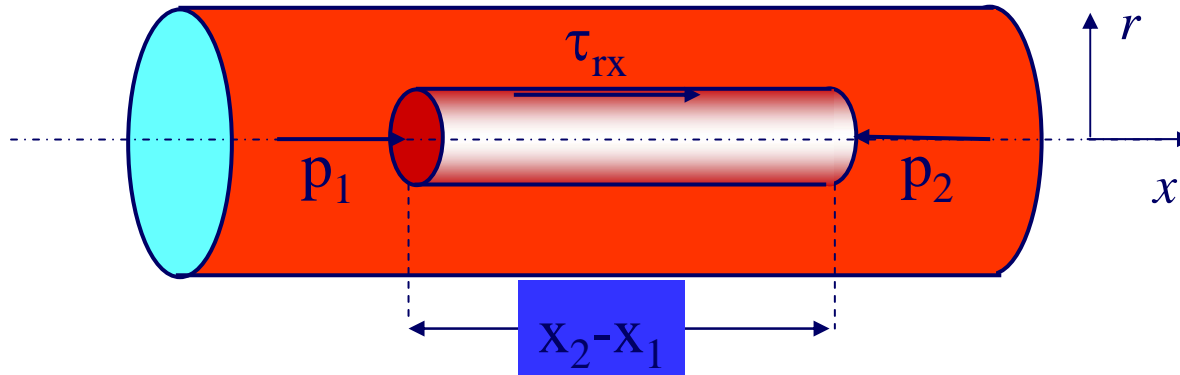
Voor een vloeistof:

$$\frac{d(Mv_x)}{dt} = \Phi_{m,in} v_{x,in} - \Phi_{m,uit} v_{x,uit} + \sum K_x$$

$$\frac{d(Mv_y)}{dt} = \Phi_{m,in} v_{y,in} - \Phi_{m,uit} v_{y,uit} + \sum K_y$$

$$\frac{d(Mv_z)}{dt} = \Phi_{m,in} v_{z,in} - \Phi_{m,uit} v_{z,uit} + \sum K_z$$

Laminaire stroming in een ronde buis (1)



Krachtenbalans:

$$0 = \pi r^2 p_1 - \pi r^2 p_2 - \tau_{rx} 2\pi r (x_2 - x_1)$$

$$\tau_{rx} = \frac{r}{2} \frac{p_1 - p_2}{x_2 - x_1} = \frac{r}{2} \left(-\frac{dp}{dx} \right)$$

$$\tau_{rx} = -\eta \frac{dv_x}{dr}$$

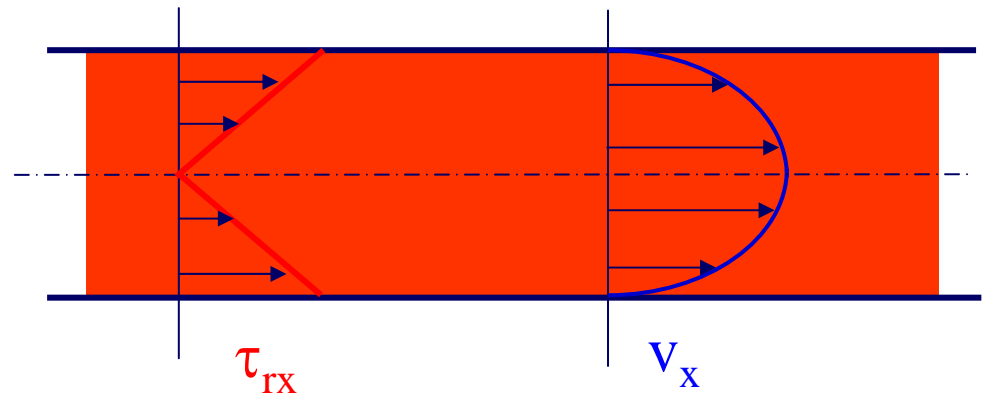
Laminaire stroming in een ronde buis (2)

$$v_x = \frac{1}{4\eta} \left(-\frac{dp}{dx} \right) (R^2 - r^2)$$

$$v_{x,\max} = \frac{1}{4\eta} \left(-\frac{dp}{dx} \right) R^2$$

en:

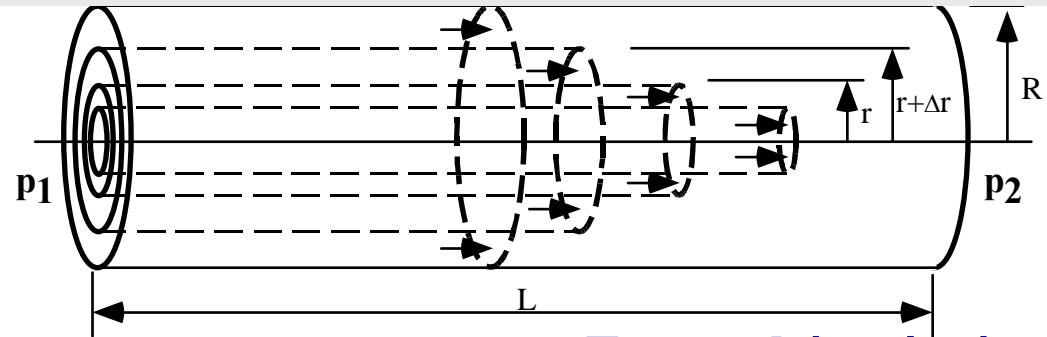
$$\frac{v_x}{v_{\max}} = \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right)$$



$$\Phi_v = \int_0^R 2\pi r v_x dx = \frac{\pi R^4}{8\eta} \left(-\frac{dp}{dx} \right) = \pi R^2 \frac{v_{x,\max}}{2}$$

Stroming in buizen

Principe van de afleiding van de wet van Poiseuille



Visceuze kracht tussen de cilinderwanden

$$F = -\eta A (\Delta v / \Delta r)$$

Omdat de gradiënt van positie tot positie verandert hebben we een cilinder op afstand r van de as en op afstand $r + \Delta r$ genomen en die langs elkaar schuiven, de locale waarde van de gradiënt ongeveer $\Delta v / \Delta r$. Deze benadering wordt steeds preciezer als $\Delta r \rightarrow 0$

Voor A moeten we het schuifvlak tussen de gekozen cylinders nemen dus omtrek x lengte

$$A = 2\pi r L$$

Deze kracht wordt opgebracht door het drukverschil $P_1 - P_2$ werkend op de doorsnede πr^2 (binnen cylinder wordt door de buitencylinder geremd). Hieruit volgt met $\Delta r \rightarrow 0$:

$$F = -\eta 2\pi r L (\Delta v / \Delta r)$$

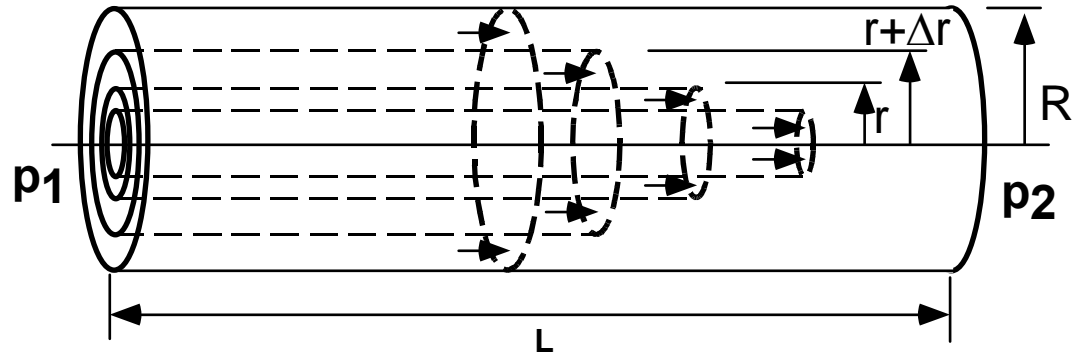
$$(P_1 - P_2) \pi r^2 = -\eta 2\pi r L (dv/dr)$$

$$(dv/dr) = -(P_1 - P_2) r / (2\eta L)$$

$$v = -\Delta P r^2 / (4\eta L) + \text{Constante}$$

Laminaire stroming

Stroming in buizen



$$v = \frac{\Delta p}{4\eta L}(R^2 - r^2) \quad (1) \quad v = v_{\max} \left(1 - \frac{r^2}{R^2}\right) \quad (1a)$$

$$Q = \frac{\Delta p \pi R^4}{8\eta L} \quad (2) \quad Q = \frac{\pi R^2}{2} v_{\max} \quad (2a)$$

De volumesnelheid is evenredig met R^4 ! Verdubbel R en de volumestroom wordt 16 keer groter. v_{\max} volgt uit (1) voor $r = 0$.

De gemiddelde snelheid $v_{\text{gem}} = Q/(\pi R^2)$, het debiet gedeeld door het oppervlak waar het doorstroomt. Met (2a) volgt dan: $v_{\text{gem}} = 0.5 v_{\max}$

Als je of v of v_{\max} meet, kun je de rest exact berekenen.

Rekenvoorbeeld

Waarom moet men bij het gebruik van spuiten met injectienaalden dunnere spuiten gebruiken voor dunnere naalden?

Als de naald straal r heeft en de spuit straal R en je wilt voor dezelfde kracht F dezelfde volumestroom Q uit de naald krijgen, dan moet $F_{\text{duim}}/Q_{\text{naald}}$ gelijk blijven bij verkleinen van r .

Nu is

$$F = pA$$

$$F = \Delta p \pi R^2 \quad \rightarrow F \approx R^2$$

en Δp is de ingangsdruk van de naald, voor het debiet geldt:

$$Q = \Delta p \pi r^4 / (8 \eta L), \quad \rightarrow Q \approx r^4$$

zodat $F_{\text{duim}}/Q_{\text{naald}}$ evenredig is met R^2/r^4 .

Dwz als we r halveren moeten we R vier keer zo klein maken om F/Q onveranderd te laten.

Wet van Poiseuille & Ohm

Poiseuille: $Q = \Delta p \pi r^4 / 8 \eta L$ (volumestroom)

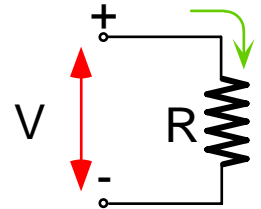
Nu is Δp , het drukverschil dat de stroom aandrijft analoog aan een elektrische spanning (potentiaalverschil) V en is Q analoog elektrische stroom I .

De wet van Ohm zegt:

$$V = IR$$

$$R = V/I$$

$$I = V/R$$



Voor volumestroom kunnen we uit de formule van Poiseuille een analoge vorm halen.

$$\Delta p = Q R_{\text{stroom}}$$

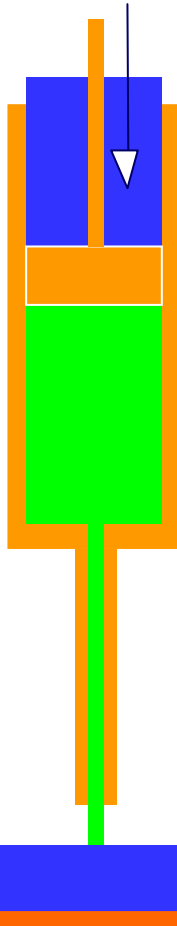
$$R_{\text{stroom}} = 8 \eta L / (\pi r^4)$$

$$Q = \Delta p / R_{\text{stroom}}$$

De stroom weerstand neemt toe met buislengte en de viscositeit, maar is omgekeerd evenredig met r^4 .

Men kan deze variabelen (Q , Δp en R_{stroom}) op dezelfde manier behandelen als de analoge elektrische variabelen.

Viscositeitsmetingen

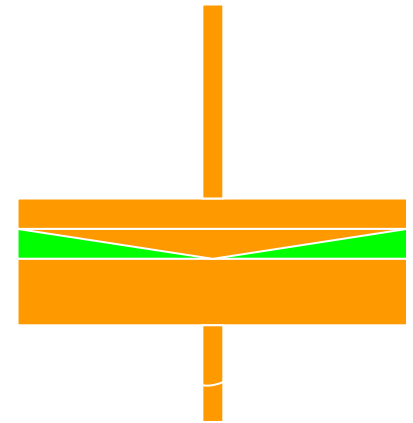


capillair reometer

Viscositeiten:

| | |
|------------------------|--------------------|
| <i>water</i> | <i>1 mPa.s</i> |
| <i>glycerol</i> | <i>1000 mPa.s</i> |
| <i>volle melk</i> | <i>2,1 mPa.s</i> |
| <i>half volle melk</i> | <i>1,4 mPa.s</i> |
| <i>olijfolie</i> | <i>84 mPa.s</i> |
| <i>honing</i> | <i>11000 mPa.s</i> |

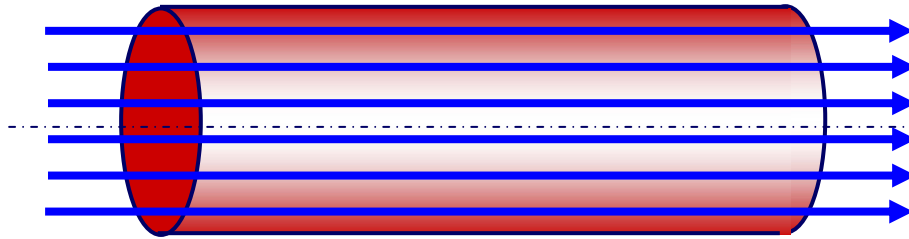
$$\eta = \frac{\pi R^4}{8\Phi_V} \left(\frac{p}{L} \right)$$



*kegel-en-plaat
reometer*

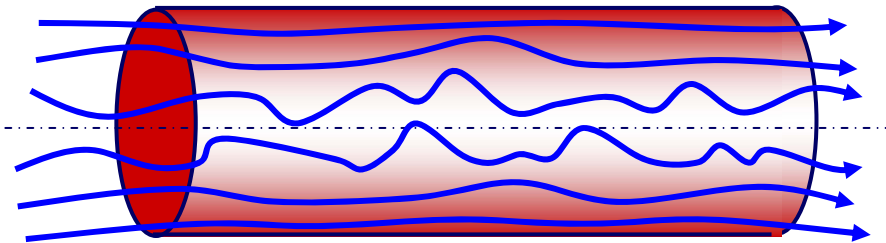
Laminair en turbulent

Laminaire stroming:



- Impulstransport \perp stroming
- *moleculaire interacties*
 - *Brownse beweging*

Turbulente stroming:

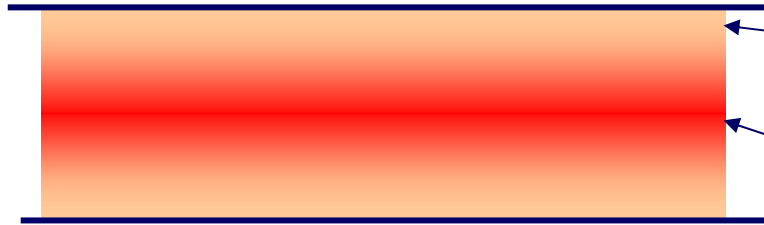


- Impulstransport \perp stroming
- *moleculaire interacties*
 - *Brownse beweging*
 - *wervels*

- Ergo: 1) impulsoverdracht is groter bij turbulente stroming
2) turbulentie is het grootst in het midden van de buis

Turbulente stromingen

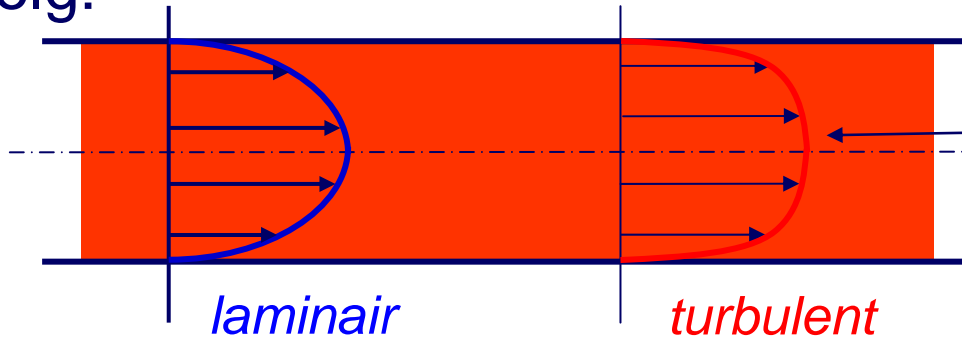
Oorzaak:



Lage turbulentie,
lage "viscositeit"

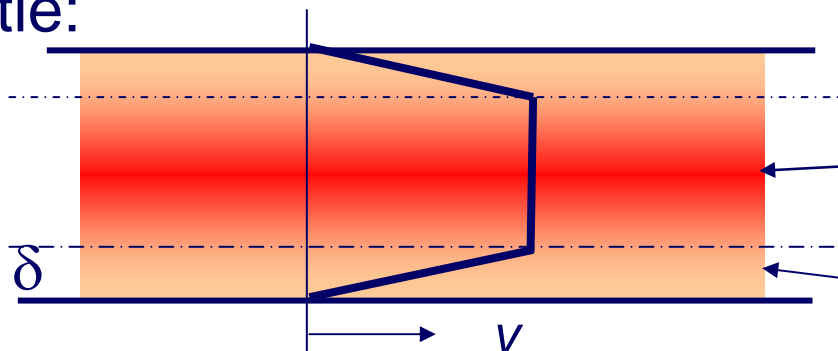
Hoge turbulentie,
hoge "viscositeit"

Gevolg:



Afplatting van het
snelheidsprofiel

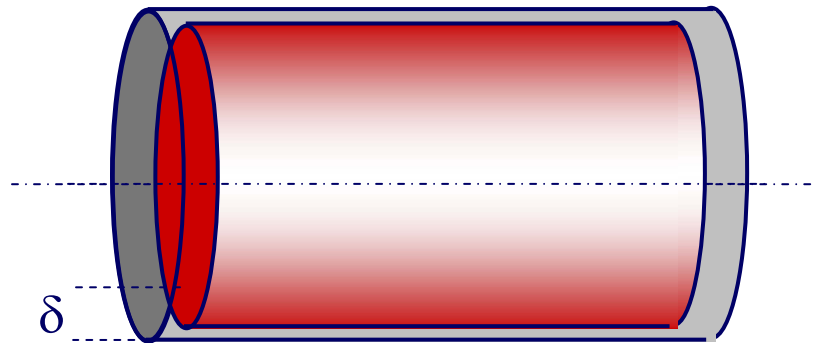
Idealisatie:



turbulente kern

laminaire grenslaag

Drukval bij turbulente stroming



$$p_1 F - p_2 F + \tau_{w-f} S(x_2 - x_1) = 0$$

$$p_1 - p_2 = \tau_{f-w} \frac{S(x_2 - x_1)}{F}$$

$$\tau_{f-w} = f(\rho, \eta, \langle v \rangle, D_i, \text{vorm})$$

$$\left[\frac{M}{LT^2} \right] = f \left[\frac{M}{L^3}, \frac{M}{LT}, \frac{L}{T}, L \right]$$

$$\frac{\tau_{f-w}}{\rho \langle v \rangle^2} = f \left(\frac{\rho \langle v \rangle D_i}{\eta} \right) = f(\text{Re})$$

$$\tau_{f-w} = f \cdot \frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2$$

$$p_1 - p_2 = f \frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \frac{S(x_2 - x_1)}{F}$$

Fanning vergelijking

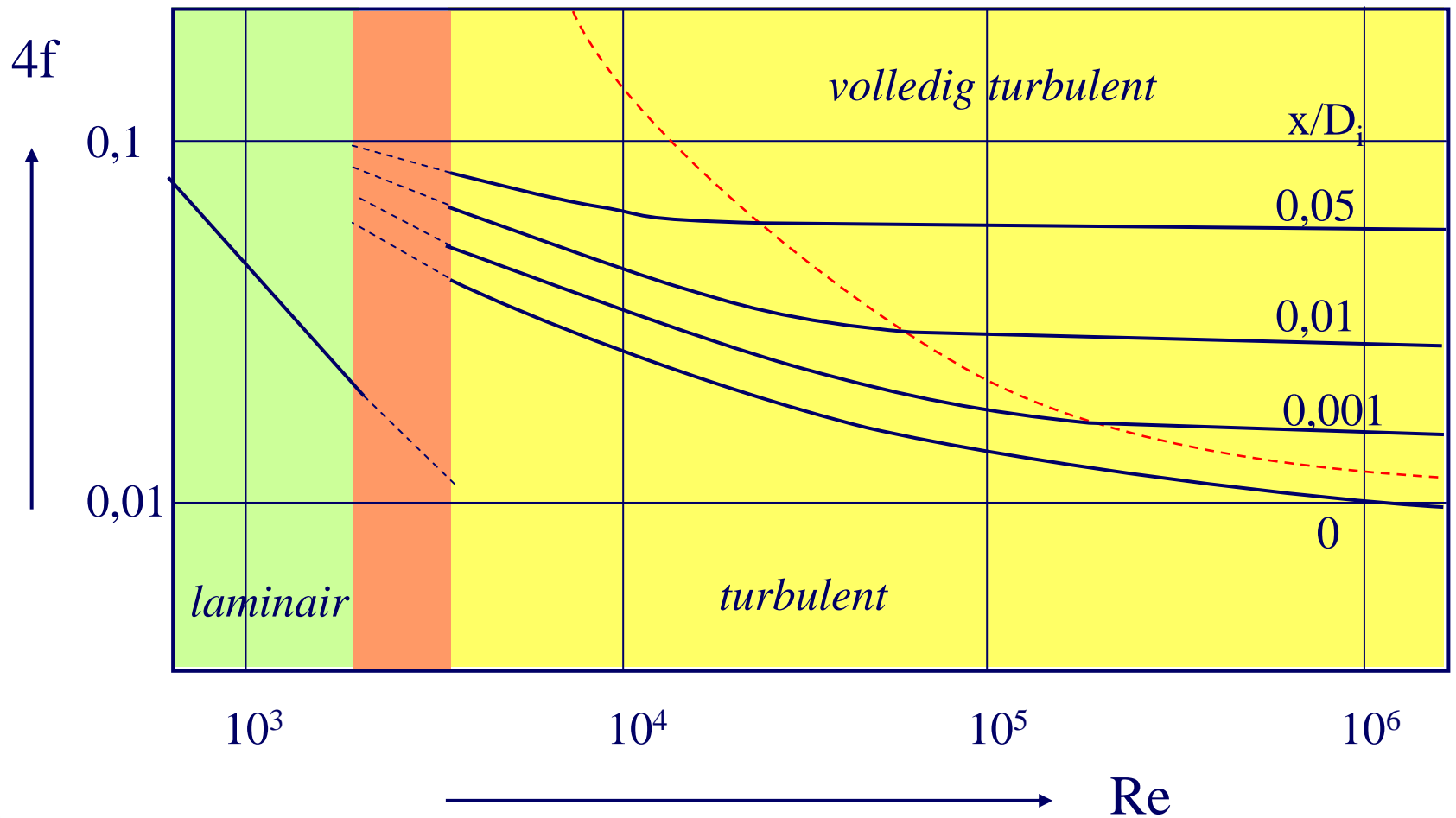
De frictiefactor

$$p_1 - p_2 = f \frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \frac{S(x_2 - x_1)}{F}$$
$$= 4f \cdot \frac{1}{2} \rho \langle v \rangle^2 \cdot \frac{x_2 - x_1}{D}$$

f : frictiefactor

- laminaire buisstroming: $4f = 64 \frac{\eta}{\rho v D} = \frac{64}{\text{Re}}$
- turbulentie in gladde buizen: $4f = 0,316 \cdot \text{Re}^{-\frac{1}{4}}$
- turbulentie in ruwe buizen: beetje meer

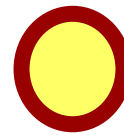
Frictiefactoren



Frictiefactoren

- bereken Reynolds
- indien laminair: $4f = 64/Re$
- indien turbulent: lees $4f$ af uit de grafiek
- *grafiek is ook te gebruiken voor kanalen met niet-cirkelvormige diameter bij gebruik van natte diameter*

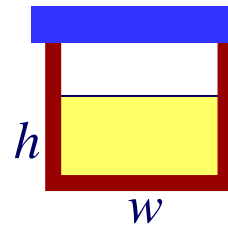
Natte diameters: $D = \frac{4 \times \text{oppervlak}}{\text{omtrek}}$



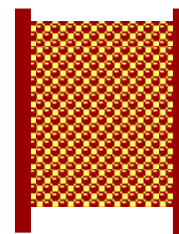
$$\frac{\pi D^2}{\pi D} = D$$



$$\frac{4a^2}{4a} = a$$



$$\frac{4hw}{w + 2h}$$



$$\frac{2}{3} \frac{\varepsilon}{1 - \varepsilon} D$$

Hoge druk

- Als de gemiddelde vrije weglengte **klein** is vergeleken bij de karakteristieke afmeting d van het beschouwde systeemonderdeel (**$Kn \ll 1$**), botsen de gasdeeltjes veel vaker met elkaar dan met de wand. De karakteristieke eigenschappen van een gasstroming zullen onder deze omstandigheden dus worden bepaald door **intensieve gas-gas interacties**.
- Het gas wordt '**dicht**' genoemd en gedraagt zich als een **samenhangend medium**. We spreken in dit geval van een **viskeuze stroming**.

laminair

$$Re = \frac{\rho v d}{\eta}$$

turbulent

Wanneer laminair ?

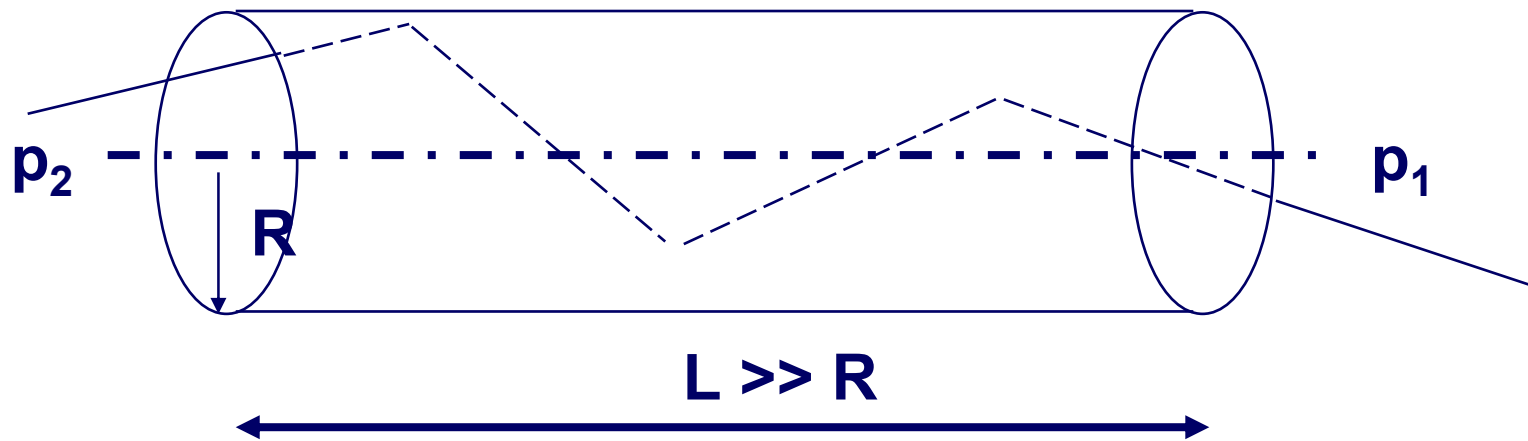
- Een interessante vraag is nu met welke snelheid we water kunnen laten stromen zonder turbulentie te verwachten. De viscositeit van water is bekend (0,001 Pa.s) evenals de dichtheid (1000 kg.m⁻³). Als we nu voor het getal van Reynolds 2000 invullen (maximale waarde voor het laminaire stroomgedrag (met zekerheid !) en voor de diameter van de buis 5 cm dan komt dit er als volgt uit te zien:

$$v = \frac{R_e \cdot \eta}{\rho \cdot d} = \frac{2000 \cdot 0,001 \text{ Pa.s}}{1000 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,05 \text{ m}}$$

- Uitgewerkt geeft dit een maximale snelheid voor water van 0,04 m.s⁻¹
- ! ■ Idem voor lucht van 10⁵ Pa

Lage druk

- Bij voldoende lage druk wordt de gemiddelde vrije weglengte **groot** ten opzichte van de afmetingen van het stromingselement ($Kn \gg 1$). De gasdeeltjes 'merken' niets meer van elkaar en botsen vrijwel **uitsluitend met de wanden** van de geleider.
- De stroming wordt hier dus in essentie beheerst door de **beperkende invloed van de wanden** op de vrije beweging van de gasmoleculen. We spreken van een **vrij-moleculaire**, of kortweg **moleculaire stroming**.



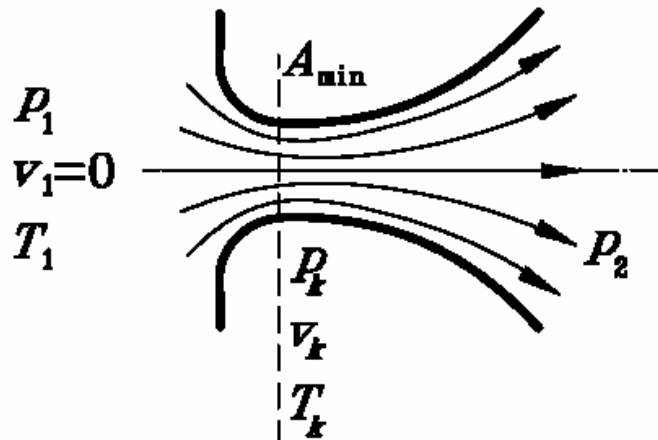
Overzicht stromingsvormen

| Stromingsvorm | Kn -gebied | $p \cdot d$ -gebied | Kwantificeerbaarheid |
|---------------|--------------------|--|----------------------|
| Turbulent | $Kn < 10^{-2}$ | $p \cdot d > 0,6 \text{ Pa m}$ | moeizaam |
| Laminair | $Kn < 10^{-2}$ | $p \cdot d > 0,6 \text{ Pa m}$ | goed |
| Supersoon | $Kn < 10^{-2}$ | $p \cdot d > 0,6 \text{ Pa m}$ | redelijk |
| Knudsen | $10^{-2} < Kn < 1$ | $10^{-2} < p \cdot d < 0,6 \text{ Pa m}$ | slecht |
| Moleculair | $Kn > 1$ | $p \cdot d < 10^{-2} \text{ Pa m}$ | goed |

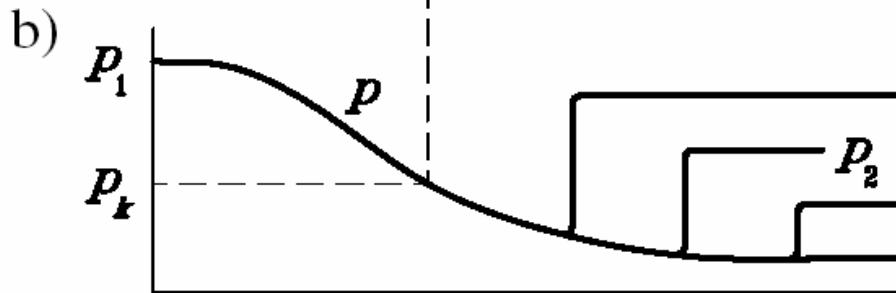
Supersone stroming

- Diffusiepomp
- Lucht-inbreuk

a)



- a) Jetstroom door Lavaltuit
- b) Drukverloop in een supersone stroming over en na een Lavaltuit
- Isentroop stromingsproces:



$$pV^\kappa = \text{constant}$$

$$v = \sqrt{\frac{2\kappa}{\kappa - 1} \frac{RT_1}{M} \left[1 - \left(\frac{p}{P_1} \right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right]}$$

Schokgolf

- Elke supersone versnellende stroming wordt op een gegeven moment **instabiel**. Deze instabiliteit veroorzaakt een zogenaamde **schokgolf** (ook wel: **verdichtingsstoot**)
- waarbij de druk, dichtheid en temperatuur over een afstand van hooguit **enkele vrije weglengtes sprongsgewijs** stijgen en de snelheid over diezelfde afstand **abrupt** daalt naar een **subsonic** waarde.
- De plaats, waar de schokgolf in de stroming optreedt, wordt bepaald door de druk p_2 en de geometrie van de lage drukruimte.

Pompsnelheid

Een (ideale) pomp sluit per tijdseenheid t een *bepaald volume* V van het te evacueren systeem af en verwijdert de daarin toevallig aanwezige deeltjes:

Pompsnelheid = S

$$S = \frac{dV}{dt}$$

Let op: dit zegt niets over de hoeveelheid verpompt gas !!

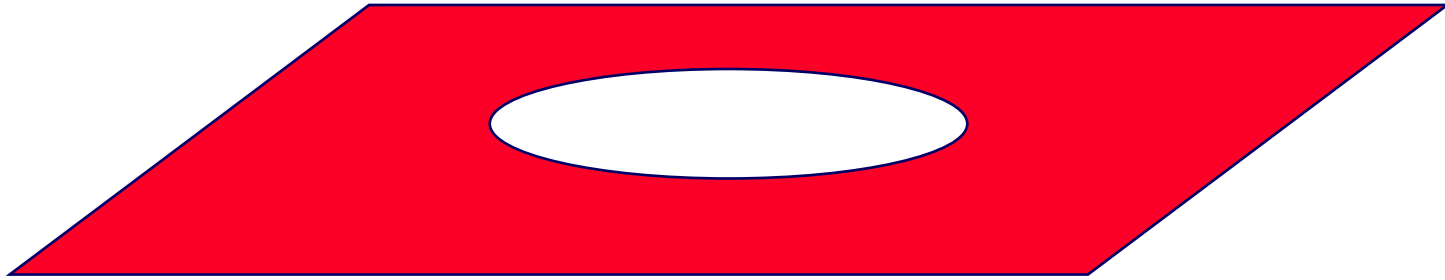
Uitgedrukt in $\left[\frac{m^3}{s} \right] = [m^3 \cdot s^{-1}]$

Hoeveelheid verpompt gas Q wordt gegeven door:

$$Q = p \cdot S$$

Uitgedrukt in: $\left[\frac{Pa \cdot m^3}{s} \right] = [Pa \cdot m^3 \cdot s^{-1}]$

Pompsnelheid S

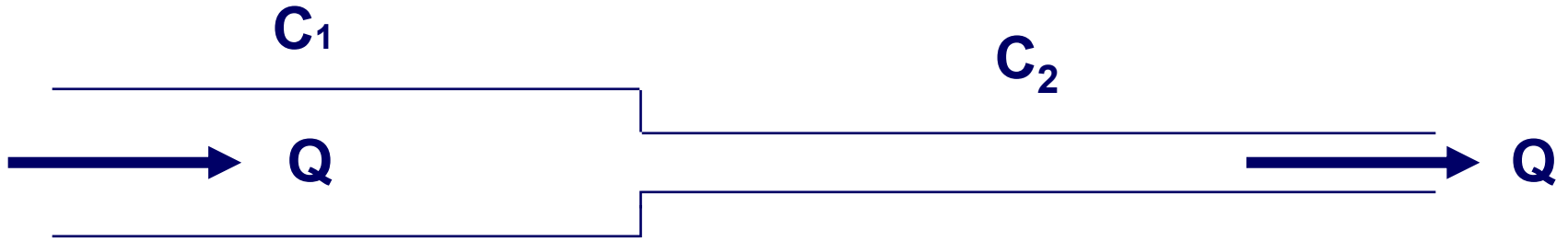


$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{4} \bar{n} c \cdot A$$
$$\frac{dV}{dt} = \frac{1}{n} \cdot \frac{dN}{dt} = \frac{1}{4} \bar{c} \cdot A \equiv S$$

Verband gasstroom Q en pompsnelheid S:

$$Q = p * S$$

Leidingen (= stromingsweerstand) in serie



$$Q = \frac{d(pV)}{dt} = \frac{\Delta p}{W} = C \cdot \Delta p$$

Visceuze stroming:

$$Q = \frac{\pi}{8\eta} \bar{p} \cdot \frac{R^4}{L} \cdot \Delta p$$

C_{visceus} hangt
van \bar{p} af

Leidingen in serie (vervolg)

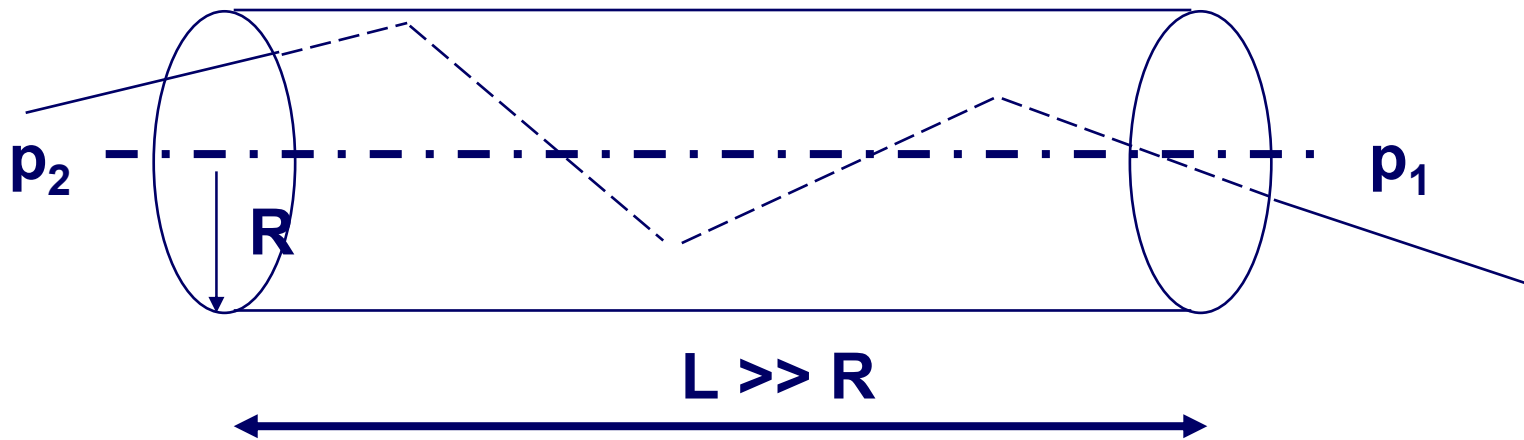
Algemeen:

$$Q = \frac{d(pV)}{dt} = \frac{\Delta p}{W} = C \cdot \Delta p$$

moleculaire stroming:

$$Q = \frac{2}{3} \cdot \pi \cdot c \frac{R^3}{L} \cdot \Delta p$$

C moleculair hangt
niet van p af



Leidingen in serie

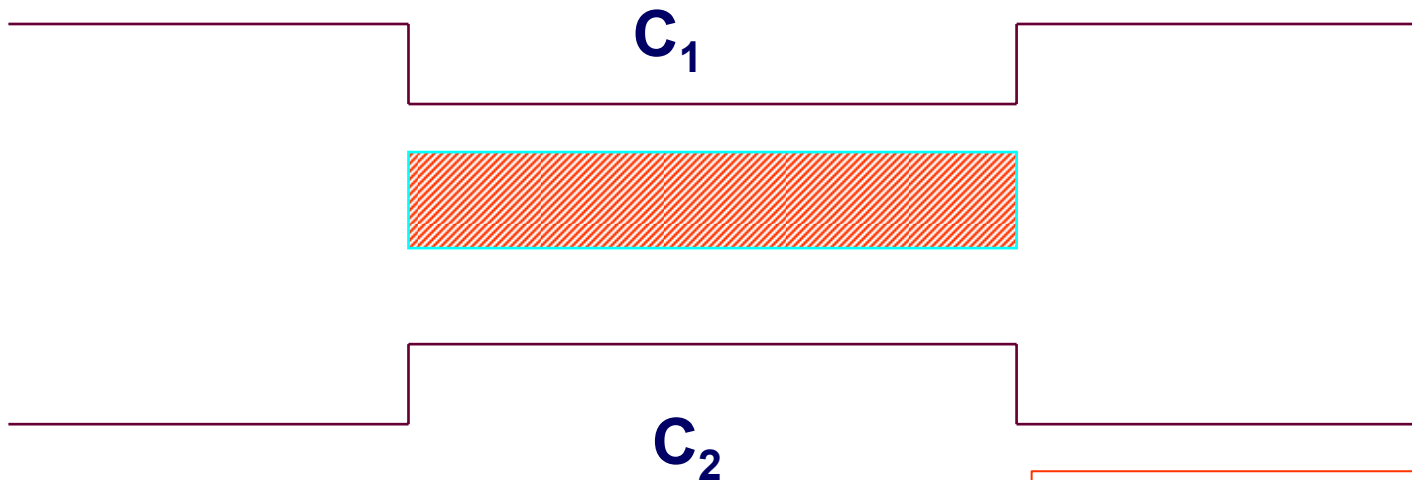


$$\frac{1}{C_{tot}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$



$$C_{tot} = \frac{C_1 * C_2}{C_1 + C_2}$$

Leidingen parallel



$$C_{tot} = C_1 + C_2$$

Pompgeleiding, pompweerstand

$$\frac{dN}{dt} = C \cdot (n_2 - n_1)$$

$\times kT \Rightarrow$

$$\frac{d(pV)}{dt} = C \cdot (p_2 - p_1)$$

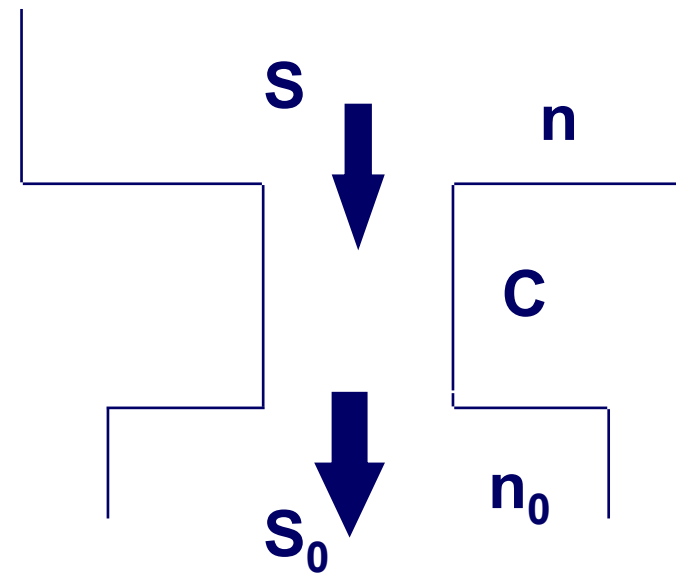
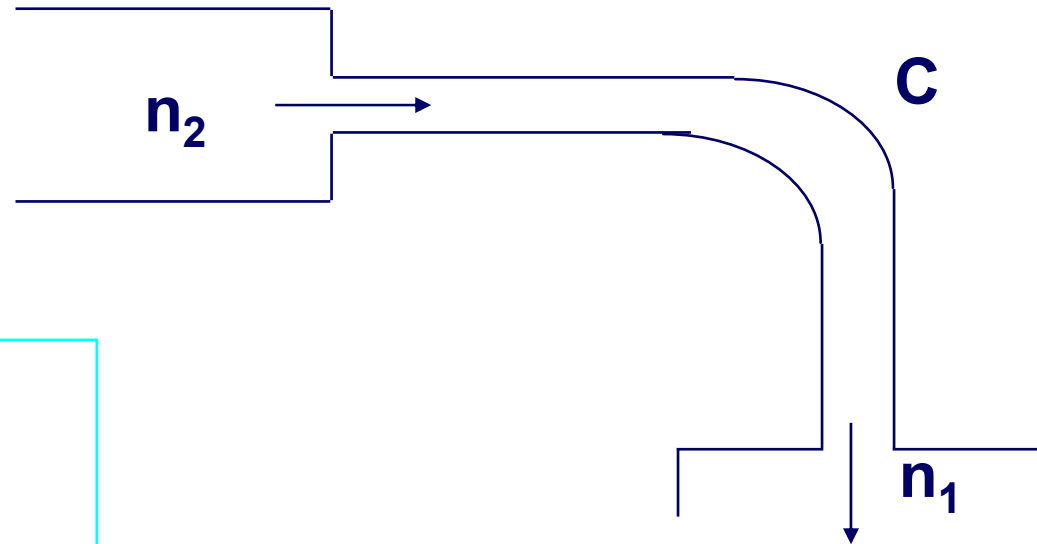
$$nS = \frac{dN}{dt} = \frac{dN_0}{dt} = n_0 S_0$$

$$\frac{dN}{dt} = (n - n_0) \cdot C$$

$$\frac{dN}{dt} = nS = \left(n - \frac{nS}{S_0} \right) \cdot C$$

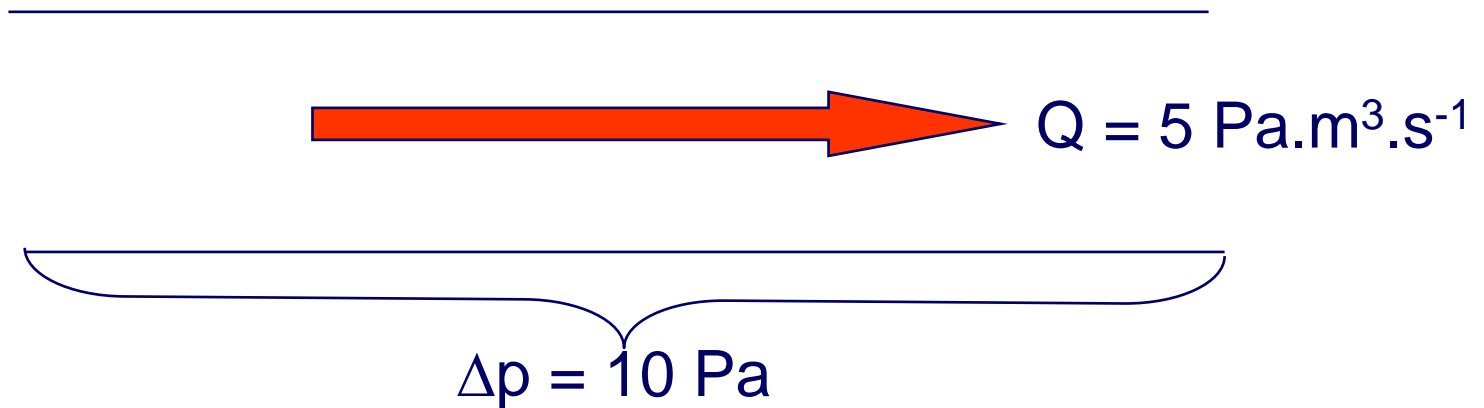
$$S = \left(1 - \frac{S}{S_0} \right) \cdot C \Rightarrow \frac{1}{C} = \left(1 - \frac{S}{S_0} \right) \cdot \frac{1}{S}$$

$$= \frac{1}{S} - \frac{1}{S_0} \Rightarrow \frac{1}{S} = \frac{1}{S_0} + \frac{1}{C}$$



Rekenvoorbeeld stromingsweerstand

Door een buis stroomt $5 \text{ Pa}\cdot\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}$ lucht. Het drukverschil over de buis bedraagt 10 Pa . Bereken het geleidingsvermogen.



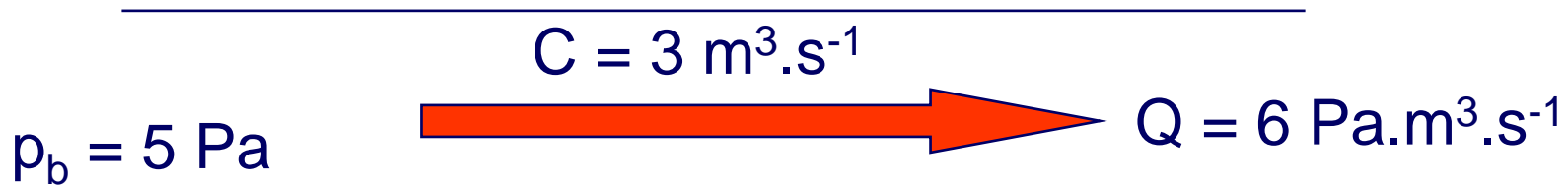
$$Q = \Delta p \cdot C \Rightarrow C = \frac{Q}{\Delta p}$$



$$C = \frac{5[\cancel{\text{Pa}}\cdot\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]}{10[\cancel{\text{Pa}}]} = 0,5[\text{m}^3\cdot\text{s}^{-1}]$$

Rekenvoorbeeld stromingsweerstand

Het geleidingsvermogen van een buis bedraagt $3 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$.
Er stroomt $6 \text{ Pa} \cdot \text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ lucht door de buis.
De druk aan de instroomopening is 5 Pa .
Bereken de druk aan de uitstroomopening.



$$\Delta p = ?$$

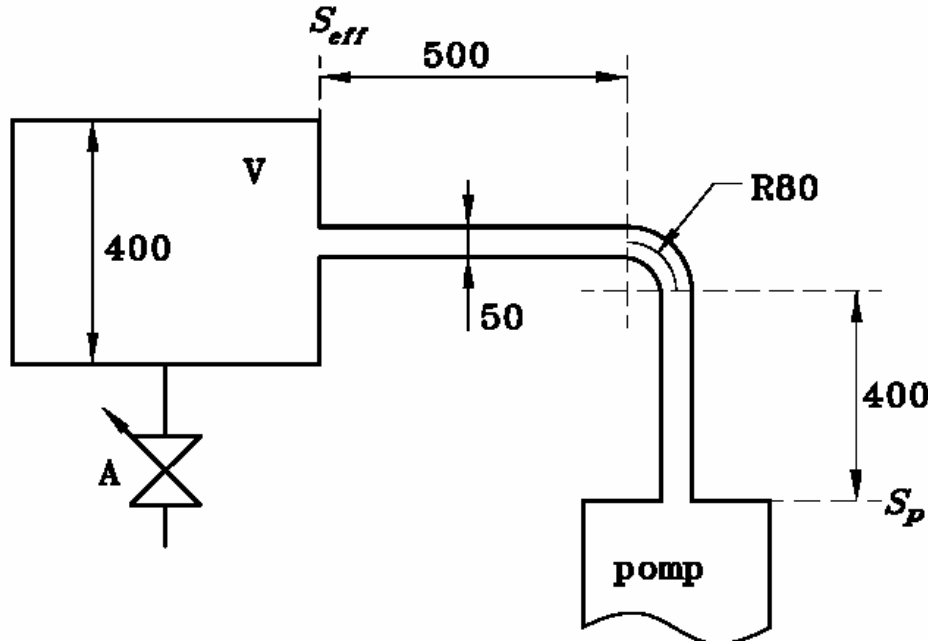
$$Q = \Delta p \cdot C \Rightarrow \Delta p = \frac{Q}{C}$$

$$\Delta p = p_b - p_e \Rightarrow p_e = p_b - \Delta p$$

$$p_e = p_b - \frac{Q}{C} = 5 - \frac{6}{3} = 3 \text{ [Pa]}$$

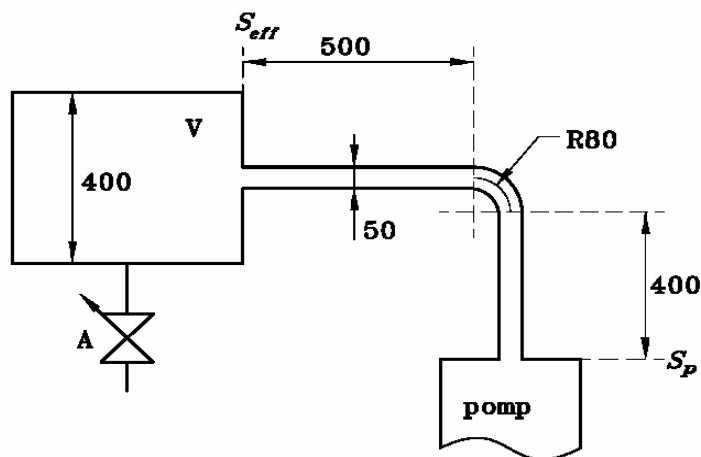
Rekenvoorbeeld

- Eenvoudig vacuümsysteem. Via een regelbaar lek A wordt per seconde $1 \text{ mm}^3 (= 10^{-9} \text{ m}^3)$ lucht van kamertemperatuur (300 K) en 1 atmosfeer in een vacuümvat V ingelaten.
- Aangezien 1 atmosfeer gelijk staat met ongeveer 10^5 Pa , kunnen we voor de ingelaten hoeveelheid gas schrijven: $Q = 10^5 \cdot 10^{-9} = 10^{-4} \text{ Pa m}^3/\text{s}$



Rekenvoorbeeld (vervolg)

- We onderscheiden, komende vanaf het vacuümvat V , de volgende elementen waarvan we het geleidingsvermogen afzonderlijk moeten uitrekenen:
 - ◆ Opening met diameter van 50 mm in een 'plaat' met de diameter van 400 mm; C_1
 - ◆ Buis met lengte 500 mm en diameter 50 mm; C_2
 - ◆ Bocht met inwendige diameter van 50 mm en straal van de hartlijn $R = 80$ mm; C_3
 - ◆ Buis met lengte 400 mm en diameter 50 mm; C_4
 - ◆ De opening naar de pomp vormt geen extra weerstand omdat deze opening kleiner is dan de diameter van de pomp



Rekenvoorbeeld (vervolg)

- C_1 berekenen we met behulp van (3.104) met $d_b = 0,4$ m en $d_o = 0,05$ m

$$C_1 = 92 \frac{(0,4)^2 (0,05)^2}{(0,4)^2 - (0,05)^2} = 2,34 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s}$$

- C_2 wordt bepaald uit (3.108) met $d = 0,05$ m en $l = 0,5$ m:

$$C_2 = 123 \frac{(0,05)^3}{0,5} = 3,08 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

- C_3 rekenen we uit met (3.119) met $d = 0,05$ m en $l =$ de lengte van de hartlijn. De hartlijn beslaat een kwart van een cirkel, dus $l = \frac{1}{2}\pi R = 0,126$ m. Voor α nemen we 0,5:

$$C_3 \approx 123 \frac{(0,05)^3}{0,126 + 0,5 \cdot 0,05} = 1,02 \cdot 10^{-1} \text{ m}^3/\text{s}$$

Rekenvoorbeeld (slot)

- C_4 bepalen we weer uit (3.108) met $d = 0,05$ m en $l = 0,4$ m:

$$C_4 = 123 \frac{(0,05)^3}{0,4} = 3,84 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

- De pompsnelheid van het gebruikte pompsysteem wordt $S_p = 0,1$ m³/s genomen. De gevraagde effectieve pompsnelheid valt nu te berekenen met uitdrukking (3.125):

$$\frac{1}{S_{eff}} = \frac{1}{10^{-1}} + \frac{1}{2,34 \cdot 10^{-1}} + \frac{1}{3,08 \cdot 10^{-2}} + \frac{1}{1,02 \cdot 10^{-1}} + \frac{1}{3,84 \cdot 10^{-2}}$$



$$S_{eff} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3/\text{s}$$

- *We merken op dat we hetzelfde resultaat verkrijgen door de combinatie (C_2, C_3, C_4) als een geleider te beschouwen met hartlengte $l = 0,5 + 0,126 + 0,4 = 1,026$ m en vervolgens (3.119) toe te passen. Met (3.125) kan dan S_{eff} weer worden berekend.*